秘密★启用前

2020年陕西省高三教学质量检测卷(二)

数学(理科)

注意事项:

1. 本试题卷共8页,满分150分,考试时间120分钟.
2. 答题前,考生务必将自己的姓名、准考证号等填写在答题卡的相应位置.
3. 全部答案在答题卡上完成,答在本试题卷上无效.
4. 回答选择题时,选出每小题答案后,用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号.
5. 考试结束后,将本试题卷和答题卡一并交回.

一、选择题:本题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1.已知复数 $z=\frac{4}{1+i}$(i为虚数单位),则 z 的虚部为 ( )

A.2　B.2i　C.-2　D.$-2i$

2.已知集合 $A=\{x\mid -1\leqslant x<1\}$,$B=\{y\mid y=x^2,x\in A\}$,则 $A\cup B=$ ( )

A.$\{x\mid -1\leqslant x<1\}$　B.$\{x\mid -1\leqslant x\leqslant 1\}$　C.$\{x\mid -1<x<1\}$　D.$\{x\mid -1<x\leqslant 1\}$

3.若变量 x,y 满足约束条件 $\begin{cases}x+y\geqslant 3,\\ x-y+1\leqslant 0,\\ x+2y-6\leqslant 0,\end{cases}$ 则目标函数 $z=2x-y$ 的最小值是 ( )

A.-3　B.0　C.$\frac{1}{3}$　D.$\frac{10}{3}$

4.已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}=(1,\sqrt{3})$,$(\boldsymbol{a}-2\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$,则 $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{a}$ 上的投影为 ( )

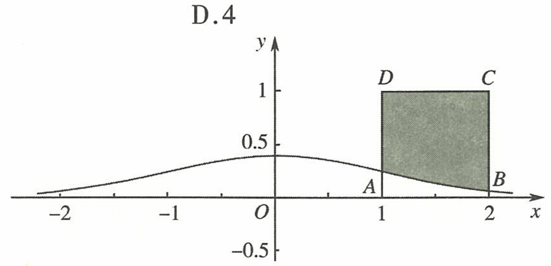
A.-1　B.1　C.$-\frac{1}{2}$　D.$\frac{1}{2}$

5.已知函数 $f(x)=\begin{cases}-\ln x, & 0<x\leqslant 1,\\ -x^2+4x-3, & x>1,\end{cases}$ 若 $f(f(a))=1$,则满足条件的实数 a 的个数是 ( )

A.1　B.2　C.3　D.4

6.设 $X\sim N(0,1)$,其正态分布密度曲线如图所示,点 $A(1,0)$,点 $B(2,0)$,点 $C(2,1)$,点 $D(1,1)$,向正方形 $ABCD$ 内任意投掷一粒黄豆,则该黄豆落入阴影部分的概率是 ( )

(注:$X\sim N(\mu,\sigma^2)$,则 $P(\mu-\sigma<X\leqslant\mu+\sigma)=0.6827$,$P(\mu-2\sigma<X\leqslant\mu+2\sigma)=0.9545$,$P(\mu-3\sigma<X\leqslant\mu+3\sigma)=0.9973$)



A.0.8641　B.0.6587　C.0.5228　D.0.9785

7.在公差不为0的等差数列 $\{a_n\}$ 中,$a_1=1$,$a_3^2=a_4a_6$,则 $a_2=$ ( )

A.$\frac{7}{11}$　B.$\frac{5}{11}$　C.$\frac{3}{11}$　D.$\frac{1}{11}$

8.已知 $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$,且 $\cos(\alpha-\beta)=\frac{63}{65}$,$\sin\beta=\frac{12}{13}$,则 $\sin\alpha=$ ( )

A.$-\frac{3}{5}$　B.$\frac{3}{5}$　C.$-\frac{4}{5}$　D.$\frac{4}{5}$

9.若将函数 $f(x)=2\sin\left(3x+\frac{\pi}{4}\right)$ 的图象向右平移 $a(a>0)$ 个单位长度,所得图象关于坐标原点对称,则 a 的最小值为 ( )

A.$\frac{\pi}{4}$　B.$\frac{5\pi}{4}$　C.$\frac{\pi}{12}$　D.$\frac{5\pi}{12}$

10.在直三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$AB=BC=AC=a$,$AA_1=b$,若该三棱柱的六个顶点都在同一个球面上,且 $a+b=2$,则该球的表面积的最小值为 ( )

A.$\frac{7\pi}{3}$　B.$\frac{13\pi}{4}$　C.$\frac{52\pi}{21}$　D.$\frac{16\pi}{7}$

11.已知抛物线 $C:y^2=4x$,点 $M(3,0)$,直线 l 过焦点 F 且与抛物线 C 交于 A,B 两点,若 $|AB|=8$,则 $\triangle AMB$ 的面积为 ( )

A.4　B.$4\sqrt{2}$　C.$4\sqrt{3}$　D.8

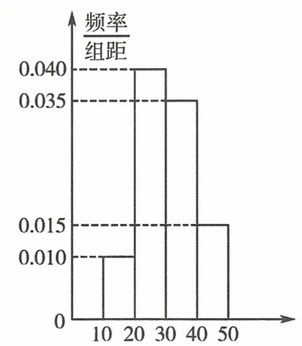
12.已知函数 $f(x)=xe^x+\frac{1}{2}x^2+x+a$,$g(x)=x\ln x+1$,若存在 $x_1\in[-2,2]$,对任意 $x_2\in\left[\frac{1}{e^2},e\right]$,都有 $f(x_1)=g(x_2)$,则实数 a 的取值范围是 ( )

A.$\left[-3-\frac{1}{e}-2e^2,e-3-2e^2\right]$　B.$\left(-3-\frac{1}{e}-2e^2,e-3-2e^2\right)$

C.$\left[e-3-2e^2,\frac{3}{2}\right]$　D.$\left(e-3-2e^2,\frac{3}{2}\right)$

二、填空题:本题共4小题,每小题5分,共20分.

13.如图是样本容量为1 000的频率分布直方图,根据该图估计该样本数据的中位数与平均数的差的绝对值是________.



14.在 $(x+1)(ax+1)^5$ 的展开式中,x^2 的系数为15,则 $a=$________.

15.在 $\triangle ABC$ 中,D 为 AC 的中点,且 $AD:BD:AB=1:\sqrt{7}:3$,若 $BC=\sqrt{7}$,则 $\triangle ABC$ 的周长为________.

16.已知双曲线 $C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$,过双曲线 C 的左焦点 F 作一斜率为 $\sqrt{2}$ 的直线交双曲线 C 的左支于 A,B 两点,若以 AB 为直径的圆过坐标原点 O,则双曲线 C 的离心率为________.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答．第 22，23 题为选考题，考生根据要求作答．

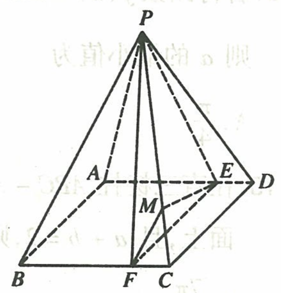
（一）必考题：共 60 分．

17．（12 分）

如图，正四棱锥 $P-ABCD$ 的底边长为 2，侧棱长为 $\sqrt{3}$，M 为 PC 上一点，且 $PM=3CM$，点 E，F 分别为 AD，BC 上的点，且 $AE=BF=3ED$．

（Ⅰ）证明：平面 MEF∥平面 PAB；

（Ⅱ）求锐二面角 $P-EF-M$ 的余弦值．



18．（12 分）

已知正项数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n，$a_1=1$，$2S_n=a_na_{n+1}(n\in\mathbf{N}^*)$．

（Ⅰ）求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式；

（Ⅱ）若数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_n=a_{2^n}$，令 $T_n=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3+\cdots+a_nb_n$，求证：$T_n<n\cdot 2^{n+1}$．

19.(12分)

某市正在进行创建全国文明城市的复验工作,为了解市民对"创建全国文明城市"的知识知晓程度,某权威调查机构对市民进行随机调查,并对调查结果进行统计,共分为优秀和一般两类,先从结果中随机抽取100份,统计得出如下2×2列联表:

	优秀	一般	总计
男	25	25	50
女	30	20	50
总计	55	45	100

(Ⅰ)根据上述列联表,是否有85%的把握认为"创城知识的知晓程度是否为优秀与性别有关"?

(Ⅱ)现从调查结果为一般的市民中,按分层抽样的方法从中抽取9人,然后再从这9人中随机抽取3人,求这三位市民中男女都有的概率;

(Ⅲ)以样本估计总体,视样本频率为概率,从全市市民中随机抽取10人,用X表示这10人中优秀的人数,求随机变量X的期望和方差.

附:

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$(其中$n=a+b+c+d$).

20.(12分)

已知函数$f(x)=e^x(x^2+ax+1)(a\in\mathbb{R})$.

(Ⅰ)求函数$f(x)$的极值;

(Ⅱ)当$3<a<4$时,若函数$f(x)$有两个极值点x_1,x_2且$x_1<x_2$,求证:$-\dfrac{5}{e^3}<\dfrac{f(x_1)}{f(x_2)}<-\dfrac{3}{e^4}$.

21.(12分)

已知椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$的离心率为$\frac{\sqrt{3}}{2}$,点 P 的坐标为$\left(0,\frac{3}{2}\right)$,且椭圆 C 上任意一点到 P 点的最大距离为$\sqrt{7}$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的标准方程;

(Ⅱ)若过点(1,0)的直线 l 与椭圆 C 相交于 A,B 两点,点 M 为椭圆 C 长轴上的一点,求△MAB 面积的最大值.

(二)选考题:共 10 分.请考生在第 22,23 题中任选一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分,作答时,请用 2B 铅笔在答题卡上将所选题号后的方框涂黑.

22.[选修 4-4:坐标系与参数方程](10分)

在平面直角坐标系 xOy 中,直线 l 的参数方程为$\begin{cases}x=\frac{8}{2+t},\\ y=\frac{4t}{2+t}\end{cases}$($t$ 为参数).以坐标原点 O 为极点,x 轴的正半轴为极轴建立极坐标系,曲线 C 的极坐标方程为$\rho=2\sin\theta$.

(Ⅰ)求直线 l 的普通方程和曲线C 的直角坐标方程;

(Ⅱ)若射线 $\theta=\frac{\pi}{4}(\rho>0)$与直线 l 和曲线C 分别交于A,B 两点,求$|AB|$的值.

23.[选修 4-5:不等式选讲](10分)

设函数 $f(x)=|x-1|+|x-t|(t>0)$的最小值为 1.

(Ⅰ)求 t 的值;

(Ⅱ)若 $a^3+b^3=t(a,b\in\mathbf{R}^*)$,求证:$a+b\leqslant 2$.