

技巧 | 50 个公式，50 种快速做题方法！赶快来 看！！

今天，为大家整理了高中数学 50 个快速解题的公式，一定要记住！

1. 适用条件

[直线过焦点]，必有 $e\cos A = (x-1)/(x+1)$ ，其中 A 为直线与焦点所在轴夹角，是锐角。 x 为分离比，必须大于 1。

注：上述公式适合一切圆锥曲线。如果焦点内分(指的是焦点在所截线段上)，用该公式；如果外分(焦点在所截线段延长线上)，右边为 $(x+1)/(x-1)$ ，其他不变。

2. 函数的周期性问题(记忆三个)

(1)若 $f(x) = -f(x+k)$ ，则 $T=2k$ ；

(2)若 $f(x) = m/(x+k)$ (m 不为 0)，则 $T=2k$ ；

(3)若 $f(x) = f(x+k) + f(x-k)$ ，则 $T=6k$ 。

注意点：a.周期函数，周期必无限 b.周期函数未必存在最小周期，如：常数函数。c.周期函数加周期函数未必是周期函数，如： $y = \sin x y = \sin \pi x$ 相加不是周期函数。

3. 关于对称问题(无数人搞不懂的问题)总结如下

- (1)若在 R 上(下同)满足： $f(a+x)=f(b-x)$ 恒成立，对称轴为 $x=(a+b)/2$
- (2)函数 $y=f(a+x)$ 与 $y=f(b-x)$ 的图像关于 $x=(b-a)/2$ 对称；
- (3)若 $f(a+x)+f(a-x)=2b$ ，则 $f(x)$ 图像关于 (a, b) 中心对称

4. 函数奇偶性

- (1)对于属于 R 上的奇函数有 $f(0)=0$;
- (2)对于含参函数，奇函数没有偶次方项，偶函数没有奇次方项
- (3)奇偶性作用不大，一般用于选择填空

5. 数列爆强定律

- (1)等差数列中： $S_{奇}=na$ 中，例如 $S_{13}=13a_7$ (13 和 7 为下角标)；
- (2)等差数列中： $S(n)$ 、 $S(2n)-S(n)$ 、 $S(3n)-S(2n)$ 成等差
- (3)等比数列中，上述 2 中各项在公比不为负一时成等比，在 $q=-1$ 时，未必成立
- (4)等比数列爆强公式： $S(n+m)=S(m)+q^m S(n)$ 可以迅速求 q

6. 数列的终极利器，特征根方程

首先介绍公式：对于 $a_{n+1}=pa_n+q$ ($n+1$ 为下角标， n 为下角标)，

a_1 已知, 那么特征根 $x=q/(1-p)$, 则数列通项公式为 $a_n=(a_1-x)p^{n-1}+x$,

这是一阶特征根方程的运用。

二阶有点麻烦, 且不常用。所以不赘述。希望同学们牢记上述公式。当然这种类型的数列可以构造(两边同时加数)

7. 函数详解补充

1、复合函数奇偶性：内偶则偶，内奇同外

2、复合函数单调性：同增异减

3、重点知识关于三次函数：恐怕没有多少人知道三次函数曲线其实是中心对称图形。

它有一个对称中心，求法为二阶导后导数为 0，根 x 即为中心横坐标，纵坐标可以用 x 带入原函数界定。另外，必有唯一一条过该中心的直线与两旁相切。

8. 常用数列 $b_n=n \times (2^{2n})$ 求和 $S_n=(n-1) \times (2^{2(n+1)})+2$ 记忆方法

前面减去一个 1，后面加一个，再整体加一个 2

9. 适用于标准方程(焦点在 x 轴)爆强公式

$k_{\text{椭}} = -\frac{(b^2)x_0}{(a^2)y_0}$ $k_{\text{双}} = \frac{(b^2)x_0}{(a^2)y_0}$ $k_{\text{抛}} = p/y_0$

注：(x₀, y₀)均为直线过圆锥曲线所截段的中点。

10. 强烈推荐一个两直线垂直或平行的必杀技

已知直线 L₁: a₁x+b₁y+c₁=0 直线 L₂: a₂x+b₂y+c₂=0

若它们垂直：(充要条件)a₁a₂+b₁b₂=0;

若它们平行：(充要条件)a₁b₂=a₂b₁ 且 a₁c₂≠a₂c₁[

这个条件为了防止两直线重合)

注：以上两公式避免了斜率是否存在的麻烦，直接必杀！

高途课堂整理

11. 经典中的经典

相信邻项相消大家都知道。

下面看隔项相消：

对于 $S_n = 1/(1 \times 3) + 1/(2 \times 4) + 1/(3 \times 5) + \dots + 1/[n(n+2)] = 1/2[1 + 1/2 - 1/(n+1) - 1/(n+2)]$

注：隔项相加保留四项，即首两项，尾两项。自己把式子写在草稿纸上，

那样看起来会很清爽以及整洁！

12. 爆强△面积公式

$S=1/2|mq-np|$ 其中向量 $AB=(m, n)$, 向量 $BC=(p, q)$

注：这个公式可以解决已知三角形三点坐标求面积的问题

13. 你知道吗？空间立体几何中：以下命题均错

(1)空间中不同三点确定一个平面

(2)垂直同一直线的两直线平行

(3)两组对边分别相等的四边形是平行四边形

(4)如果一条直线与平面内无数条直线垂直，则直线垂直平面

(5)有两个面互相平行，其余各面都是平行四边形的几何体是棱柱

(6)有一个面是多边形，其余各面都是三角形的几何体都是棱锥

注：对初中生不适用。

14. 一个小知识点

所有棱长均相等的棱锥可以是三、四、五棱锥。

15. 求 $f(x)=|x-1|+|x-2|+|x-3|+\dots+|x-n|$ (n 为正整数)的最小值

答案为：当 n 为奇数，最小值为 $(n^2-1)/4$ ，在 $x=(n+1)/2$ 时取到；

当 n 为偶数时，最小值为 $n^2/4$ ，在 $x=n/2$ 或 $n/2+1$ 时取到。

16 . $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}} \geq \frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$ (a、b 为正数，是统一定义域)

17 . 椭圆中焦点三角形面积公式

$S=b^2 \tan(A/2)$ 在双曲线中： $S=b^2/\tan(A/2)$

说明：适用于焦点在 x 轴，且标准的圆锥曲线。A 为两焦半径夹角。

18 . 爆强定理

空间向量三公式解决所有题目： $\cos A = \frac{|\{\text{向量 a} \cdot \text{向量 b}\}|}{[\text{向量 a 的模} \times \text{向量 b 的模}]}$

(1) A 为线线夹角

(2) A 为线面夹角(但是公式中 \cos 换成 \sin)

(3) A 为面面夹角注：以上角范围均为 $[0, \pi/2]$ 。

19 . 爆强公式

$1^2+2^2+3^2+\dots+n^2=1/6(n)(n+1)(2n+1); 1^2 \cdot 3+2^2 \cdot 3+3^2 \cdot 3+\dots+n^2 \cdot 3=1/4(n^2)(n+1)$
2

20 . 爆强切线方程记忆方法

写成对称形式，换一个 x ，换一个 y

举例说明：对于 $y^2=2px$ 可以写成 $xy=px+px$

再把 (x_0, y_0) 带入其中一个得： $xy_0=px_0+px$

21. 爆强定理

$(a+b+c)^{2n}$ 的展开式[合并之后]的项数为： C_{n+2}^{n+2} ， $n+2$ 在下， 2 在上

22. 转化思想

切线长 $l=\sqrt{(d^2-r^2)}$ d 表示圆外一点到圆心的距离， r 为圆半径，而 d 最小为圆心到直线的距离。

23. 对于 $y^2=2px$

过焦点的互相垂直的两弦 AB 、 CD ，它们的和最小为 $8p$ 。

爆强定理的证明：对于 $y^2=2px$ ，设过焦点的弦倾斜角为 A

那么弦长可表示为 $2p/[(\sin A)^2]$ ，所以与之垂直的弦长为 $2p/[(\cos A)^2]$

所以求和再据三角知识可知。

(题目的意思就是弦 AB 过焦点， CD 过焦点，且 AB 垂直于 CD)

24 . 关于一个重要绝对值不等式的介绍爆强

$$||a|-|b|| \leq |a \pm b| \leq |a| + |b|$$

25 . 关于解决证明含 \ln 的不等式的一种思路

举例说明：证明 $1+1/2+1/3+\dots+1/n > \ln(n+1)$

把左边看成是 $1/n$ 求和，右边看成是 S_n 。

解：令 $a_n=1/n$ ，令 $S_n=\ln(n+1)$ ，则 $b_n=\ln(n+1)-\ln n$ ，

那么只需证 $a_n > b_n$ 即可，根据定积分知识画出 $y=1/x$ 的图。

$a_n=1 \times 1/n = \text{矩形面积} > \text{曲线下面积} = b_n$ 。当然前面要证明 $1 > \ln 2$ 。

注：仅供有能力的童鞋参考!!另外对于这种方法可以推广，就是把左边、右边看成是数列求和，证面积大小即可。说明：前提是含 \ln 。

26 . 爆强简洁公式

向量 a 在向量 b 上的射影是：〔向量 $a \times$ 向量 b 的数量积〕/[向量 b 的模]。

记忆方法：在哪投影除以哪个的模

27 . 说明一个易错点

若 $f(x+a)$ [a 任意] 为奇函数，那么得到的结论是 $f(x+a)=-f(-x+a)$ [等式右边不是 $-f(-x-a)$]

同理如果 $f(x+a)$ 为偶函数，可得 $f(x+a)=f(-x+a)$ 牢记

28 . 离心率爆强公式

$$e=\sin A/(\sin M+\sin N)$$

注：P 为椭圆上一点，其中 A 为角 F_1PF_2 ，两腰角为 M, N

29 . 椭圆的参数方程也是一个很好的东西，它可以解决一些最值问题。

比如 $x^2/4+y^2=1$ 求 $z=x+y$ 的最值。

解：令 $x=2\cos\alpha, y=\sin\alpha$ 再利用三角有界即可。比你去 $=0$ 不知道快多少倍！

30 . 仅供有能力的童鞋参考的爆强公式

和差化积

$$\begin{aligned}\sin\theta+\sin\varphi &=2\sin[(\theta+\varphi)/2]\cos[(\theta-\varphi)/2] \\ \sin\theta-\sin\varphi &=2\cos[(\theta+\varphi)/2]\sin[(\theta-\varphi)/2] \\ \cos\theta+\cos\varphi &=2\cos[(\theta+\varphi)/2]\cos[(\theta-\varphi)/2] \\ \cos\theta-\cos\varphi &=-2\sin[(\theta+\varphi)/2]\sin[(\theta-\varphi)/2]\end{aligned}$$

积化和差

$$\sin\alpha\sin\beta = [\cos(\alpha-\beta) - \cos(\alpha+\beta)]/2$$
$$\cos\alpha\cos\beta = [\cos(\alpha+\beta) + \cos(\alpha-\beta)]/2$$
$$\sin\alpha\cos\beta = [\sin(\alpha+\beta) + \sin(\alpha-\beta)]/2$$
$$\cos\alpha\sin\beta = [\sin(\alpha+\beta) - \sin(\alpha-\beta)]/2$$



31 . 爆强定理

直观图的面积是原图的 $\sqrt{2}/4$ 倍。

32 . 三角形垂心爆强定理

(1)向量 $\overrightarrow{OH} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}$ (O 为三角形外心, H 为垂心)

(2)若三角形的三个顶点都在函数 $y=1/x$ 的图象上, 则它的垂心也在这个函数图象上。

33 . 维维安尼定理(不是很重要(仅供娱乐))

正三角形内(或边界上)任一点到三边的距离之和为定值, 这定值等于该三角形的高。

34 . 爆强思路

如果出现两根之积 $x_1x_2=m$, 两根之和 $x_1+x_2=n$

我们应当形成一种思路, 那就是返回去构造一个二次函数

再利用 Δ 大于等于 0，可以得到 m 、 n 范围。

35 . 常用结论

过 $(2p, 0)$ 的直线交抛物线 $y^2=2px$ 于 A 、 B 两点。

O 为原点，连接 AO 、 BO 。必有角 $AOB=90$ 度

36 . 爆强公式

$\ln(x+1)\leq x(x>-1)$ 该式能有效解决不等式的证明问题。

举例说明： $\ln(1/(2^2)+1)+\ln(1/(3^2)+1)+\dots+\ln(1/(n^2)+1)<1(n\geq 2)$

证明如下：令 $x=1/(n^2)$ ，根据 $\ln(x+1)\leq x$ 有左右累和右边

再放缩得：左和 $<1-1/n<1$ 证毕!

37 . 函数 $y=(\sin x)/x$ 是偶函数

在 $(0, \pi)$ 上它单调递减， $(-\pi, 0)$ 上单调递增。

利用上述性质可以比较大小。

38 . 函数

$y=(\ln x)/x$ 在 $(0, e)$ 上单调递增，在 $(e, +\infty)$ 上单调递减。

另外 $y=x^2(1/x)$ 与该函数的单调性一致。

39. 几个数学易错点

(1) $f'(x) < 0$ 是函数在定义域内单调递减的充分不必要条件

(2) 研究函数奇偶性时，忽略最开始的也是最重要的一步：考虑定义域是否关于原点对称

(3) 不等式的运用过程中，千万要考虑“=”号是否取到

(4) 研究数列问题不考虑分项，就是说有时第一项并不符合通项公式，所以应当极度注意：数列问题一定要考虑是否需要分项！

40. 提高计算能力五步曲

(1) 扔掉计算器

(2) 仔细审题(提倡看题慢，解题快)，要知道没有看清楚题目，你算多少都没用

(3) 熟记常用数据，掌握一些速算技

(4) 加强心算、估算能力

(5) 检验



41 . 一个美妙的公式

已知三角形中 $AB=a$, $AC=b$, O 为三角形的外心,

则向量 $AO \times$ 向量 BC (即数量积) $= (1/2)[b^2 - a^2]$

证明: 过 O 作 BC 垂线, 转化到已知边上

42 . 函数

①函数单调性的含义: 大多数同学都知道若函数在区间 D 上单调, 则函数值随着自变量的增大(减小)而增大(减小), 但有些意思可能有些人还不是很清楚, 若函数在 D 上单调, 则函数必连续(分段函数另当别论)这也说明了为什么不能说 $y = \tan x$ 在定义域内单调递增, 因为它的图像被无穷多条渐近线挡住, 换而言之, 不连续. 还有, 如果函数在 D 上单调, 则函数在 D 上 y 与 x 一一对应. 这个可以用来解一些方程. 至于例子不举了

②函数周期性: 这里主要总结一些函数方程式所要表达的周期设 $f(x)$ 为 R 上的函数, 对任意 $x \in R$

(1) $f(a \pm x) = f(b \pm x) T = (b - a)$ (加绝对值, 下同)

(2) $f(a \pm x) = -f(b \pm x) T = 2(b - a)$

(3) $f(x - a) + f(x + a) = f(x) T = 6a$

(4) 设 $T \neq 0$, 有 $f(x + T) = M[f(x)]$ 其中 $M(x)$ 满足 $M[M(x)] = x$, 且 $M(x) \neq x$ 则函数的周期为 $2T$

43. 奇偶函数概念的推广

(1)对于函数 $f(x)$ ，若存在常数 a ，使得 $f(a-x)=f(a+x)$ ，则称 $f(x)$ 为广义 (I)型偶函数，且当有两个相异实数 a, b 满足时， $f(x)$ 为周期函数 $T=2(b-a)$

(2)若 $f(a-x)=-f(a+x)$ ，则 $f(x)$ 是广义 (I)型奇函数，当有两个相异实数 a, b 满足时， $f(x)$ 为周期函数 $T=2(b-a)$

(3)有两个实数 a, b 满足广义奇偶函数的方程式时，就称 $f(x)$ 是广义(II)型的奇，偶函数.且若 $f(x)$ 是广义(II)型偶函数，那么当 f 在 $[a+b/2, \infty)$ 上为增函数时，有 $f(x_1)<f(x_2)$ 等价于绝对值 $|x_1-(a+b)/2|<|x_2-(a+b)/2|$

44. 函数对称性

(1)若 $f(x)$ 满足 $f(a+x)+f(b-x)=c$ 则函数关于 $(a+b/2, c/2)$ 成中心对称

(2)若 $f(x)$ 满足 $f(a+x)=f(b-x)$ 则函数关于直线 $x=a+b/2$ 成轴对称

柯西函数方程：若 $f(x)$ 连续或单调

(1)若 $f(xy)=f(x)+f(y)(x>0,y>0)$ ，则 $f(x)=\log ax$

(2)若 $f(xy)=f(x)f(y)(x>0,y>0)$ ，则 $f(x)=x^2u$ (u 由初值给出)

(3) $f(x+y)=f(x)f(y)$ 则 $f(x)=a^2x$

(4)若 $f(x+y)=f(x)+f(y)+kxy$,则 $f(x)=ax^2+bx$ (5)若 $f(x+y)+f(x-y)=2f(x)$,则 $f(x)=ax+b$ 特别的若 $f(x)+f(y)=f(x+y)$, 则 $f(x)=kx$

45 . 与三角形有关的定理或结论中学数学平面几何最基本的图形就是三角形

① 正切定理(我自己取的, 因为不知道名字): 在非 $Rt\Delta$ 中, 有 $\tan A+\tan B+\tan C=\tan A\tan B\tan C$

② 任意三角形射影定理(又称第一余弦定理):

在 ΔABC 中,

$$a=b\cos C+c\cos B;b=c\cos A+a\cos C;c=a\cos B+b\cos A$$

③ 任意三角形内切圆半径 $r=2S/a+b+c$ (S 为面积), 外接圆半径应该都知道了吧

④ 梅涅劳斯定理: 设 A_1, B_1, C_1 分别是 ΔABC 三边 BC, CA, AB 所在直线的上的点, 则 A_1, B_1, C_1 共线的充要条件是 $CB_1/B_1A \cdot BA_1/A_1C \cdot AC_1/C_1B=1$

44 . 易错点

(1)函数的各类性质综合运用不灵活, 比如奇偶性与单调性常用来配合解决抽象函数不等式问题;

(2)三角函数恒等变换不清楚, 诱导公式不迅捷。

45 . 易错点

(3)忽略三角函数中的有界性,三角形中角度的限定,比如一个三角形中,不可能同时出现两个角的正切值为负

(4)三角的平移变换不清晰,说明:由 $y=\sin x$ 变成 $y=\sin wx$ 的步骤是将横坐标变成原来的 $1/|w|$ 倍

46. 易错点

(5)数列求和中,常常使用的错位相减总是粗心算错

规避方法:在写第二步时,提出公差,括号内等比数列求和,最后除掉系数;

(6)数列中常用变形公式不清楚,如: $a_n=1/[n(n+2)]$ 的求和保留四项

47. 易错点

(7)数列未考虑 a_1 是否符合根据 s_n-s_{n-1} 求得的通项公式;

(8)数列并不是简单的全体实数函数,即注意求导研究数列的最值问题过程中是否取到问题

48. 易错点

(9)向量的运算不完全等价于代数运算;

(10)在求向量的模运算过程中平方之后,忘记开方。

比如这种选择题中常常出现 $2, \sqrt{2}$ 的答案..., 基本就是选 $\sqrt{2}$, 选 2 的就是因为没有开方;

(11)复数的几何意义不清晰

49 . 关于辅助角公式

$asint+bcost=[\sqrt{(a^2+b^2)}]\sin(t+m)$ 其中 $\tan m=b/a$ [条件: $a>0$]

说明：一些的同学习惯去考虑 $\sin m$ 或者 $\cos m$ 来确定 m ，个人觉得这样太容易出错

最好的方法是根据 $\tan m$ 确定 m .(见上)。

举例说明： $\sin x+\sqrt{3}\cos x=2\sin(x+m)$,

因为 $\tan m=\sqrt{3}$ ，所以 $m=60$ 度，所以原式= $2\sin(x+60$ 度)

50 . A、B 为椭圆 $x^2/a^2+y^2/b^2=1$ 上任意两点。若 OA 垂直 OB，则有 $1/$

$|OA|^2+1/|OB|^2=1/a^2+1/b^2$

高途课堂

扫描下方二维码关注公众号，领取更多资料



学科知识&方法
高效提分



家庭教育
学做好爸妈



教辅资料
免费获取



顶级名师
触手可及



百万社群
经验共享



高中名校试卷库



高中升学宝典



高中答案解析



高中生学习必备

保存或截图本页在微信中扫描即可关注