秘密★考试结束前　[考试时间：2020 年 4 月 2 日 15:00~17:00]

全国大联考 2020 届高三 4 月联考

文科数学试卷

注意事项：

1．考试前，请务必将考生的个人信息准确的输入在正确的位置。

2．考试时间 **120** 分钟，满分 **150** 分。

3．本次考试为<u>在线联考</u>，为了自己及他人，请独立完成此试卷，切勿翻阅或查找资料。

4．考试结束后，本次考试原卷及参考答案将在网上公布。

5．本卷考查内容：高考全部内容。

一、选择题：本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

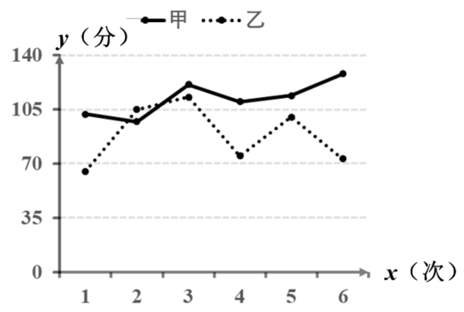
1. 不等式$1-\dfrac{1}{x}>0$成立的充分不必要条件是

A. $x>1$　　B. $x>-1$　　C. $x<-1$ 或 $0<x<1$　　D. $-1<x\le 0$ 或 $x>1$

2. 复数 z=1+2i 的共轭复数是$\bar{z}$，则 $z\cdot\bar{z}$=

A. $\sqrt{3}$　　B. 3　　C. 5　　D. $\sqrt{5}$

3. 甲乙两名同学高三以来 6 次数学模拟考试的成绩统计如下图 1，甲乙两组数据的平均数分别为$\overline{x_甲}$、$\overline{x_乙}$，标准差分别为$\sigma_甲$、$\sigma_乙$，则



A. $\overline{x_甲}<\overline{x_乙}$，$\sigma_甲<\sigma_乙$

B. $\overline{x_甲}<\overline{x_乙}$，$\sigma_甲>\sigma_乙$

C. $\overline{x_甲}>\overline{x_乙}$，$\sigma_甲<\sigma_乙$

D. $\overline{x_甲}>\overline{x_乙}$，$\sigma_甲>\sigma_乙$

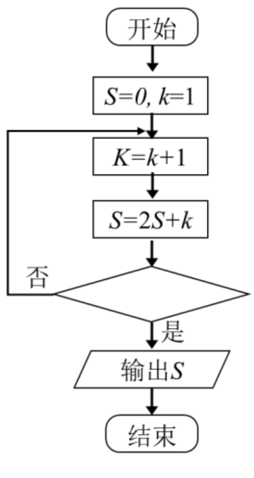
4. 设 m,n 是两条不同的直线，α，β 是两个不同的平面，由下列四个命题，其中正确的是

A. 若 $m\perp\alpha$，$m\perp n$，则 $n/\!/\alpha$　　B. 若 $m/\!/\alpha$，$n/\!/\alpha$，则 $m/\!/n$

C. 若 $\alpha/\!/\beta$，$m\subset\alpha$，则 $m/\!/\beta$　　D. 若 $m/\!/\beta$，$m\subset\alpha$，则 $\alpha/\!/\beta$

5. 《九章算术》中“开立圆术”曰：“置积尺数，以十六乘之，九而一，所得开立方除之，即立圆颈”.“开立圆术”相当于给出了已知球的体积 V，求球的直径 d 的公式：$d=\left(\dfrac{16}{9}V\right)^{\frac{1}{3}}$.若球的半径为 r=1，根据“开立圆术”的方法计算该球的体积为

A. $\dfrac{4}{3}\pi$　　B. $\dfrac{9}{16}$　　C. $\dfrac{9}{4}\pi$　　D. $\dfrac{9}{2}$



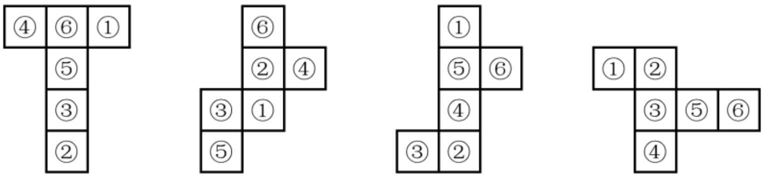
6．若需右边框图输出的值 S=41，则判断框内应填入的条件是

A．$k>3$?　B．$k>4$?　C．$k>5$?　D．$k>6$?

7. 已知$a=\left(\dfrac{1}{3}\right)^{\frac{2}{3}},b=\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\frac{1}{3}},c=\log_3\pi$，则$a,b,c$的大小关系为

A. $a>b>c$　　B. $a>c>b$　　C. $c>a>b$　　D. $c>b>a$

8. 下列各图都是正方体的表面展开图，将其还原成正方体后，所得正方体完全一致（即各面所标序号相对位置相同）的是



(I)　　(II)　　(III)　　(IV)

A. (I)和(IV)　　B. (I)和(III)　　C. (II)和(III)　　D. (II)和(IV)

9. 在长为12 cm 的线段AB上任取一点C．现作一矩形，邻边长分别等于线段AC ,CB的长，则该矩形面积大于$20cm^2$的概率为

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{4}{5}$　　D. $\frac{2}{3}$

10. 双曲线$E:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左，右焦点分别为$F_1$，$F_2$，过$F_1$作一条直线与两条渐近线分别相交于$A$，$B$两点，若$\overrightarrow{F_1B}=2\overrightarrow{F_1A}$，$|F_1F_2|=2|OB|$，则该双曲线的离心率为

A. $\sqrt{2}$　　B. $\sqrt{3}$　　C. 2　　D. 3

11. 已知直线$x=t$分别与函数$f(x)=\log_2(x+1)$和$g(x)=2\log_2(x+2)$的图象交于 P，Q 两点，则 P，Q 两点间的最小距离为

A. 4　　B. 1　　C. $\sqrt{2}$　　D. 2

12. 定义在 **R** 上的函数 $f(x)$满足 $f(-x)= f(x)$，且对任意的不相等的实数 x_1，$x_2\in[0,+\infty)$有$\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 成立，若关于 x 的不等式 $f(2mx-\ln x-3)\geq 2f(3)-f(-2mx+\ln x+3)$在 $x\in[1,3]$恒成立，则实数 m 的取值范围是

A. $\left[\frac{1}{2e},1+\frac{\ln 3}{6}\right]$　　B. $\left[\frac{1}{e},2+\frac{\ln 6}{3}\right]$　　C. $\left[\frac{1}{e},2+\frac{\ln 3}{3}\right]$　　D. $\left[\frac{1}{2e},1+\frac{\ln 6}{6}\right]$

二、填空题：本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13. 某班级有 50 名学生，现采取系统抽样的方法在这 50 名学生中抽出 10 名，将这 50 名学生随机编号 1～50 号，并分组，第一组 1～5 号，第二组 6～10 号，…，第十组 46～50 号，若在第三组中抽得号码为 12 号的学生，则在第八组中抽得号码为____的学生.

14. 某公司计划在 2020 年春季校园双选招聘会招收 x 名女性，y 名男性，若 x, y 满足约束条件$\begin{cases}2x-y\geq 5\\ x-y\leq 2\\ x\leq 6\end{cases}$，则该公司计划在本次校招所招收人数的最大值为________.

15. 已知$f(x)$是定义在 **R** 上的偶函数，对任意 $x\in$**R** 都有$f(x+3)=f(x)$且$f(-1)=4$，则的值为_______.

16. 过抛物线 C：$x^2=2py$（$p>0$）的焦点 F 的直线交该抛物线于 A、B 两点，若 $4|AF|=|BF|$，O 为坐标原点，则 $\dfrac{|AF|}{|OF|}=$______.

三、解答题：共 70 分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：（共 60 分）

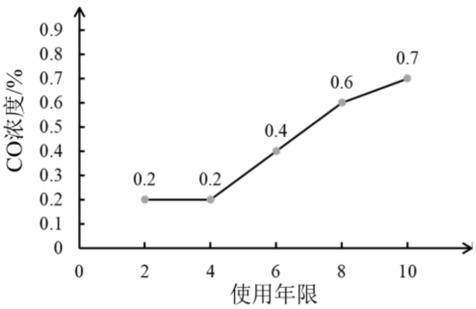
17.（12 分）在 $\triangle ABC$ 中,角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c ,且 $c\sin A=\sqrt{3}a\cos C$.

（1）求角 C 的值;

（2）若 $S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3}$, $a+b=6$,求 c 的值.

18.（12 分）

汽车尾气中含有一氧化碳(CO)，碳氢化合物(HC)等污染物，是环境污染的主要因素之一，汽车在使用若干年之后排放的尾气中的污染物会出现递增的现象，所以国家根据机动车使用和安全技术、排放检验状况，对达到报废标准的机动车实施强制报废．某环保组织为了解公众对机动车强制报废标准的了解情况，随机调查了 100 人，所得数据制成如下列联表：



	不了解	了解	总计
女性	a	b	50
男性	15	35	50
总计	p	q	100

（1）若从这 100 人中任选 1 人，选到了解机动车强制报废标准的人的概率为 0.6，问是否有 95% 的把握认为“对机动车强制报废标准是否了解与性别有关”？

（2）该环保组织从相关部门获得某型号汽车的使用年限与排放的尾气中 CO 浓度的数据，并制成如图 7 所示的折线图，若该型号汽车的使用年限不超过 15 年，可近似认为排放的尾气中 CO 浓度 y%与使用年限 t 线性相关，试确定 y 关于 t 的回归方程，并预测该型号的汽车使用 12 年排放尾气中的 CO 浓度是使用 4 年的多少倍.

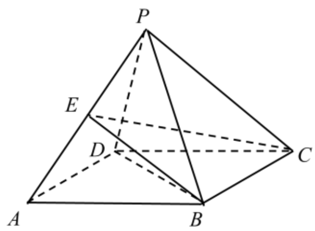
附：$K^2=\dfrac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$ $(n=a+b+c+d)$

$P(K^2\geq k_0)$	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005	0.001
k_0	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879	10.828

参考公式：用最小二乘法求线性回归方程系数公式：

$$\hat{b}=\frac{\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n}x_1^2-n\overline{x}^2}，\ \hat{a}=\overline{y}-\hat{b}\overline{x}.$$

19.（12 分）



如图,四棱锥 $P\text{-}ABCD$ 的底面 $ABCD$ 是边长 2 的菱形,$\angle BAD=60°$.已知.$PB=PD=2$,$PA=\sqrt{6}$

（1）证明: $PC\perp BD$

（2）若 E 为 PA 的中点，求三棱锥 P-BCE 的体积.

20.（12 分）设 F_1,F_2 分别是椭圆 $E:\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ 的左、右焦点,若 P 是该椭圆上的一个动点，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 的最大值为1.

（1）求椭圆 E 的方程;

（2）设直线 $l:x=ky-1$ 与椭圆交于不同的两点 A,B,且 $\angle AOB$ 为锐角(其中 O 为坐标原点),求 k 的取值范围.

21.（12 分）设 $n\in N^*$,函数 $f\left(x\right)=\dfrac{\ln x}{x^n}$,函数 $g\left(x\right)=\dfrac{e^x}{x^n}\left(x>0\right)$.

（1）当 $n=1$ 时,求函数 $y=f\left(x\right)$ 的零点个数;

（2）若函数 $y=f\left(x\right)$ 与函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象分别位于直线 $y=1$ 的两侧，求 n 的取值集合A;

（3）对于 $\forall n\in A,\forall x_1x_2\in\left(0,+\infty\right)$,求 $\left|f\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\right|$ 的最小值.

（二）选考题：共 10 分．请考生在第 22、23 题中任选一题做答。如果多做，则按所做的第一题记分。

22.**【选修 4-4：坐标系与参数方程】**（12 分）

在平面直角坐标系 xOy 中, 直线 l 的参数方程为 $\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}t\\ y=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ （t 为参数). 以坐标原点为极点， x 轴正半轴为极轴建立极坐标系, 圆 C 的极坐标方程为 $p=2\sin\theta$

（1）判断直线 l 与圆 C 的交点个数

（2）若圆 C 与直线 l 交于 A,B 两点, 求线段 AB 的长度

23.**【选修 4-5:不等式选讲】**（12 分）

已知函数 $f(x)=|x-5|-|x+3|$.

（1）解不等式 $f(x)\geq x+1$;

（2）记函数 $\mathrm{f}(x)$ 的最大值为 m, 若 $a>0,b>0,$ $e^a\cdot e^{4b}=e^{4ab-m}$, 求 ab 的最小值.

全国大联考 2020 届高三 4 月联考

文科数学参考答案

一、选择题：本题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分.

题号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
答案	A	C	C	C	D	B	D	B	D	C	D	A

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分.

13．37　　　14．13　　　15．4　　　16．$\dfrac{5}{4}$

12.【解析】因为定义在 **R** 上的函数 $f(x)$满足 $f(-x)=f(x)$，

所以函数 $f(x)$为偶函数，

因为对任意的不相等的实数 $x_1,x_2\in[0,+\infty)$，有$\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}<0$ 成立，

所以当 $x_1<x_2$ 时，$f(x_1)>f(x_2)$，

即函数 $f(x)$在$[0,+\infty)$单调递减，

又函数 $f(x)$为偶函数，

所以函数 $f(x)$在$(-\infty,0]$单调递增，

因为 x 的不等式 $f(2mx-\ln x-3)\ge 2f(3)-f(-2mx+\ln x+3)$在 $x\in[1,3]$恒成立，

不等式可转化为 $f(2mx-\ln x-3)+f(2mx-\ln x-3)\ge 2f(3)$

即 $f(2mx-\ln x-3)\ge f(3)$在 $x\in[1,3]$恒成立，

所以$|2mx-\ln x-3|\le 3$

所以$-3\le 2mx-\ln x-3\le 3$

即$\dfrac{\ln x}{2x}\le\dfrac{\ln x+6}{2x}$在 $x\in[1,3]$恒成立，

在 $x\in[1,3]$上，

令 $g(x)=\dfrac{\ln x}{2x}$，$g'(x)=\dfrac{1-\ln x}{2x^2}$

令 $g'(x)<0$，$\ln x>1$，$x>e$，$g(x)$单调递减，

令 $g'(x)>0$，$\ln x<1$，$x<e$，$g(x)$单调递增，

$g(x)_{\max}=g(e)=\dfrac{1}{2e}$

令 $h(x)=\frac{1-\ln x}{2x^2}$　　$h'(x)=\frac{1-(\ln x+6)}{2x^2}=\frac{-\ln x-5}{2x^2}$

在 $x\in[1,3]$上，$h'(x)<0$, $h(x)$单调递减

$g(x)_{\min}=h(3)=\frac{6+\ln 3}{6}=1+\frac{\ln 3}{6}$

所以实数 m 的取值范围是$\left[\frac{1}{2e},1+\frac{\ln 3}{6}\right]$

16.【解析】由题意得 $x^2=2py$，则 $F(0,\frac{p}{2})$，所以$|OF|=\frac{p}{2}$，

设直线 AB 的方程为 $y=kx+\frac{p}{2}$，设 $A(x_1,y_1)$， $B(x_2,y_2)$，且 $x_1>x_2$，

因为$4|AF|=|BF|$，所以$-4\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{BF}$，则 $x_2=-4x_1$，①

由$\begin{cases}y=kx+\frac{p}{2}\\x^2=2py\end{cases}$，整理得 $x^2-2pkx-p^2=0$，所以 $x_1+x_2=2pk$， $x_1x_2=-p^2$，②

联立①②可得 $k=-\frac{3}{4}$，即直线 AB 的方程为 $y=-\frac{3}{4}x+\frac{p}{2}$，

又$\begin{cases}y=-\frac{3}{4}x+\frac{p}{2}\\x^2=2py\end{cases}$，整理得 $2x^2+3px-2p^2=0$，

解得 $x=-2p$ 或 $x=\frac{p}{2}$，故 $A(\frac{p}{2},\frac{p}{8})$， $B(-2p,2p)$，

所以根据抛物线的定义可知$|AF|=\frac{p}{8}+\frac{p}{2}=\frac{5}{8}p$，所以$\frac{|AF|}{|OF|}=\frac{5}{4}$.

三、解答题：（本大题共 5 小题，满分 60 分.）

17.（12 分）

解:（1）在$\triangle ABC$中，$c\sin A=\sqrt{3}a\cos C$，

$\therefore$结合正弦定理得$\sin C\sin A=\sqrt{3}\sin A\cos C$，

$\because 0<A<\pi,\therefore \sin A>0$,

$\therefore \sin C=\sqrt{3}\cos C$，

又$\because \sin C\neq 0$,

$\therefore \tan C=\sqrt{3},\therefore C=\frac{\pi}{3}$.

（2）$\because S_{\triangle ABC}=2\sqrt{3},C=\frac{\pi}{3}$，

$\therefore \frac{1}{2}ab\sin C = 2\sqrt{3}$,

$\therefore ab = 8$,

又 $a + b = 6$,

$\therefore c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos C$

$= (a+b)^2 - 2ab - 2ab\cos C$

$= 36 - 16 - 8 = 12$.

$\therefore c = 2\sqrt{3}$.

18.（12 分）

解：（1）设“从 100 人中任选 1 人，选到了解机动车强制报废标准的人”为事件 A，

由已知得 $P(A) = \frac{b+35}{100} = \frac{3}{5}$，所以 $a=25$，$b=25$，$p=40$，$q=60$.

K^2 的观测值 $k = \frac{100\times(25\times35-25\times15)^2}{40\times60\times50\times50} \approx 4.167 > 3.841$，

故有 95%的把握认为“对机动车强制报废标准是否了解与性别有关”.

（2）由折线图中所给数据计算，得 $t = \frac{1}{5}\times(2+4+6+8+10) = 6$，$y = \frac{1}{5}\times(0.2+0.2+0.4+0.6+0.7) = 0.42$，

故 $\hat{b} = \frac{2.8}{40} = 0.07$，$\hat{a} = 0.42 - 0.07\times6 = 0$, 所以所求回归方程为 $\hat{y} = 0.07t$.

故预测该型号的汽车使用 12 年排放尾气中的 CO 浓度为 0.84%，因为使用 4 年排放尾气中的 CO 浓度为 0.2%，所以预测该型号的汽车使用 12 年排放尾气中的 CO 浓度是使用 4 年的 4.2 倍.

19.（12 分）

（1）**证明**：连接 BD,AC 交于 O 点

$\because PB = PD \quad \therefore PO \perp BD$

又$\because ABCD$ 是菱形

$\therefore BD \perp AC$

而 $AC \cap PO = O$

$\therefore BD \perp$ 面 $PAC \quad \therefore BD \perp PC$

（2）由（1）得 $BD \perp$ 面 PAC

$$S_{\triangle PEC}=\frac{1}{2}S_{\triangle PAC}=\frac{1}{2}\times\sqrt{6}\times2\sqrt{3}\times\sin45^\circ=\sqrt{6}\times\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{2}}{2}=3$$

$$V_{P-BEC}=V_{B-PEC}=\frac{1}{2}\cdot S_{\Delta PEC}\cdot BO=\frac{1}{3}\times3\times\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$$

20.（12 分）

解:（1）由题易知 $a=2$, $c=\sqrt{4-b^2}$,$b^2<4$,

所以 $F_1\left(-\sqrt{4-b^2},0\right)$, $F_2\left(\sqrt{4-b^2},0\right)$,

设 $P\left(x,y\right)$,则 $\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}=\left(-\sqrt{4-b^2}-x,-y\right)\cdot$

$\left(\sqrt{4-b^2}-x,-y\right)=x^2+y^2-4+b^2=x^2+b^2-\frac{b^2x^2}{4}-4+b^2=\left(1-\frac{b^2}{4}\right)x^2+2b^2-4$,

因为 $x\in\left[-2,2\right]$,故当 $x\pm2$,即点 P 为椭圆长轴端点时，$\overrightarrow{PF_1}\cdot\overrightarrow{PF_2}$ 有最大值1,

即 $1=\left(1-\frac{b^2}{4}\right)\times4+2b^2-4$,解得 $b^2=1$,

故所求的椭圆方程为 $\frac{x^2}{4}+y^2=1$。

（2）设 $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$,由 $\frac{1}{3}<x_1<\frac{1}{e}$,

得 $y_1+y_2=\frac{2k}{k^2+4}$, $y_1\cdot y_2=\frac{-3}{k^2+4}$,

$\Delta=\left(2k\right)^2+12\left(4+k^2\right)=16k^2+48>0$,

因为 $\angle AOB$ 为锐角,所以 $\cos\angle AOB>0$,

所以 $\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=x_1x_2+y_1y_2>0$,

又 $x_1x_2+y_1y_2=\left(1+k^2\right)y_1y_2-k\left(y_1+y_2\right)+1$

$=\left(1+k^2\right)\cdot\frac{-3}{4+k^2}-\frac{2k^2}{4+k^2}+1$

$=\frac{-3-3k^2-2k^2+4+k^2}{4+k^2}$

$=\frac{1-4k^2}{4+k^2}>0$,

所以 $k^2<\frac{1}{4}$,解得 $-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$,

所以 k 的取值范围是 $\left(-\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)$。

21.（12 分）

解:（1）当 $n=1$ 时, $f(x)=\frac{\ln x}{x}, f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}(x>0)$.

由 $f'(x)>0$ 得 $0<x<e$;由 $f'(x)<0$ 得 $x>e$.

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上单调递增,在 $(e,+\infty)$ 上单调递减,

因为 $f(e)=\frac{1}{e}>0, f\left(\frac{1}{e}\right)=-e<0$,

所以函数 $f(x)$ 在 $(0,e)$ 上存在一个零点;

当 $x\in(0,+\infty)$ 时, $f(x)=\frac{\ln x}{x}>0$ 恒成立,

所以函数 $f(x)$ 在 $(e,+\infty)$ 上不存在零点.

综上得函数 $f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上存在唯一一个零点.

（3）由函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x^n}$ 求导,得 $f'(x)=\frac{1-n\ln x}{x^{n+1}}(x>0)$,

由 $f'(x)>0$,得 $0<x<e^{\frac{1}{n}}$;由 $f'(x)<0$,得 $x>e^{\frac{1}{n}}$,

所以函数 $f(x)$ 在 $\left(0,e^{\frac{1}{n}}\right)$ 上单调递增,在 $\left(e^{\frac{1}{n}},+\infty\right)$ 上单调递减,

则当 $x=e^{\frac{1}{n}}$ 时,函数 $f(x)$ 有最大值 $f(x)_{\max}=f\left(e^{\frac{1}{n}}\right)=\frac{1}{ne}$;

由函数 $g(x)=\frac{e^x}{x^n}(x>0)$ 求导,得 $g'(x)=\frac{(x-n)e^x}{x^{n+1}}(x>0)$,

由 $g'(x)>0$ 得 $x>n$;由 $f'(x)<0$ 得 $0<x<n$.

所以函数 $g(x)$ 在 $(0,n)$ 上单调递减,在 $(n.+\infty)$ 上单调递增,

则当 $x=n$ 时,函数 $g(x)$ 有最小值 $g(x)_{\min}=g(n)=\left(\frac{e}{n}\right)^n$;

因为 $\forall n\in N^*$,函数 $f(x)$ 的最大值 $f\left(e^{\frac{1}{n}}\right)=\frac{1}{ne}<1$,

即函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x^n}$ 在直线 $y=1$ 的下方,

故函数$g\left(x\right)=\dfrac{e^x}{x^n}\left(x>0\right)$在直线$l:y=1$的上方,

所以$g\left(x\right)_{\min}=g\left(n\right)=\left(\dfrac{e}{n}\right)^n>1$,解得$n<\ e$.

所以n的取值集合为$A=\left\{1,2\right\}$.

（3）对$\forall x_1x_2\in\left(0,+\infty\right),\left|f\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\right|$的最小值等价于$g\left(x\right)_{\min}-f\left(x\right)_{\max}=\left(\dfrac{e}{n}\right)^n-\dfrac{1}{ne}$,

当$n=1$时，$g\left(x\right)_{\min}-f\left(x\right)_{\max}=e-\dfrac{1}{e}$;

当$n=2$时，$g\left(x\right)_{\min}-f\left(x\right)_{\max}=\dfrac{e^2}{4}-\dfrac{1}{2e}$;

因为$\left(e-\dfrac{1}{e}\right)-\left(\dfrac{e^2}{4}-\dfrac{1}{2e}\right)=\dfrac{e^2\left(4-e\right)-2}{4e}>0$,

所以$\left|f\left(x_1\right)-g\left(x_2\right)\right|$的最小值为$\dfrac{e^2}{4}-\dfrac{1}{2e}=\dfrac{e^3-2}{4e}$

（二）选考题（10 分）

22.（12 分）

解:（1）∵直线l的参数方程为$\begin{cases}x=\dfrac{1}{2}t\\ y=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}t\end{cases}$ (t为参数).

∴消去参数t得直线l的普通方程为$\sqrt{3}x+y-1=0$,

∵圆C的极坐标方程为$p=2\sin\theta$,即$p^2=2p\sin\theta$,

∴由$p^2=x^2+y^2,p\sin\theta=y$,得圆$C$的直角坐标方程为$x^2+y^2-2y=0$.

∵圆心$\left(0,1\right)$在直线l上,

∴直线l与圆C的交点个数为2

（2）由（1）知圆心$\left(0,1\right)$在直线l上,

∴ AB为圆C的直径,

∵圆C的直角坐标方程为$x^2+y^2-2y=0$.

$\therefore$圆C的半径$r=\frac{1}{2}\sqrt{4}=1$,

$\therefore$圆C的直径为2,

$\therefore |AB|=2$

23.（12 分）

解:（1）当$x\le -3$时,由$5-x+x+3\ge x+1$,得$x\le 7$,

所以$x\le -3$;当$-3<x<5$时,

由$5-x-x-3\ge x+1$,得$x\le\frac{1}{3}$,所以$-3<x\le\frac{1}{3}$;

当$x\ge 5$时,由$x-5-x-3\ge x+1$,

得$x\le -9$,无解.综上可知，$x\le\frac{1}{3}$,

即不等式$f(x)\ge x+1$的解集为$\left(-\infty,\frac{1}{3}\right]$.

（2）因为$|x-5|-|x+3|\le|x-5-x-3|=8$,

所以函数$f(x)$的最大值$m=8$.应为$e^a\cdot e^{4b}=e^{4ab-8}$,

所以$a+4b=4ab+8$.

又$a>0,b>0$,

所以$a+4b\ge 2\sqrt{4ab}=4\sqrt{ab}$,

所以有$ab-2-\sqrt{ab}\ge 0$,又$\sqrt{ab}>0$,

所以$\sqrt{ab}>2$, $ab\ge 4$,

即ab的最小值为 4