蓉城名校联盟2017级高三第二次联考

理科数学

注意事项：

1. 答题前，考生务必在答题卡上将自己的学校、姓名、班级、准考证号用0.5毫米黑色签字笔填写清楚，考生考试条形码由监考老师粘贴在答题卡上的“条形码粘贴处”。

2. 选择题使用2B铅笔填涂在答题卡上对应题目标号的位置上，如需改动，用橡皮擦擦干净后再填涂其它答案；非选择题用0.5毫米黑色签字笔在答题卡的对应区域内作答，超出答题区域答题的答案无效；在草稿纸上、试卷上答题无效。

3. 考试结束后由监考老师将答题卡收回。

一、选择题：本题共12小题，每小题5分，共60分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1．已知集合 $A=\{-1,1,3,4\}$，集合 $B=\{x\mid x^2-4x+3>0\}$，则 $A\bigcap B=$

A．$\{-1,4\}$　　B．$\{-1,1,4\}$

C．$\{-1,3,4\}$　　D．$(-\infty,1)\bigcup(3,+\infty)$

2．已知复数 $z=\dfrac{4\mathrm{i}}{1+\sqrt{3}\mathrm{i}}$，则 $|z|=$

A．1　　B．$\sqrt{3}$　　C．2　　D．3

3．已知实数 $0<a<b$，则下列说法正确的是

A．$\dfrac{c}{a}>\dfrac{c}{b}$　　B．$ac^2<bc^2$　　C．$\ln a<\ln b$　　D．$(\dfrac{1}{2})^a<(\dfrac{1}{2})^b$

4．已知命题 p：$x<2m+1$，q：$x^2-5x+6<0$，且 p 是 q 的必要不充分条件，则实数 m 的取值范围为

A．$m>\dfrac{1}{2}$　　B．$m\geqslant\dfrac{1}{2}$　　C．$m>1$　　D．$m\geqslant 1$

5．若数列 $\{a_n\}$ 为等差数列，且满足 $3+a_5=a_3+a_8$，S_n 为数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，则 $S_{11}=$

A．27　　B．33　　C．39　　D．44

6．已知 α，β 是空间中两个不同的平面，m，n 是空间中两条不同的直线，则下列说法正确的是

A．若 $m\subset\alpha$，$n\subset\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$

B．若 $m\subset\alpha$，$n\subset\alpha$，且 $m//\beta$，$n//\beta$，则 $\alpha//\beta$

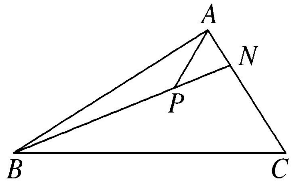
C．若 $m\perp\alpha$，$n//\beta$，且 $\alpha\perp\beta$，则 $m\perp n$

D．若 $m\perp\alpha$，$n//\beta$，且 $\alpha//\beta$，则 $m\perp n$

7．已知抛物线 $y^2=20x$ 的焦点与双曲线 $\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{y^2}{b^2}=1(a>0，b>0)$ 的一个焦点重合，且抛物线的准线被双曲线截得的线段长为 $\dfrac{9}{2}$，那么该双曲线的离心率为

A．$\dfrac{5}{4}$　　B．$\dfrac{5}{3}$　　C．$\dfrac{5}{2}$　　D．$\sqrt{5}$

8．如图，在△ABC 中，$\overrightarrow{AN}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}$，$P$ 是 BN 上的一点，若 $m\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AP}-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}$，则实数 m 的值为



A．$\dfrac{1}{3}$　　B．$\dfrac{1}{9}$

C．1　　D．2

9．已知实数 $a>0$，$b>1$ 满足 $a+b=5$，则 $\dfrac{2}{a}+\dfrac{1}{b-1}$ 的最小值为

A．$\dfrac{3+2\sqrt{2}}{4}$　　B．$\dfrac{3+4\sqrt{2}}{4}$　　C．$\dfrac{3+2\sqrt{2}}{6}$　　D．$\dfrac{3+4\sqrt{2}}{6}$

10．已知集合 $A=\{1,2,3,4,5,6\}$ 的所有三个元素的子集记为 B_1，B_2，$B_3\cdots B_n$，$n\in\mathbf{N}^*$．记 b_i 为集合 B_i 中的最大元素，则 $b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n=$

A．45　　B．105　　C．150　　D．210

11．关于圆周率 π，数学发展史上出现过许多很有创意的求法，如著名的浦丰实验和查理斯实验．受其启发，我们也可以通过设计下面的实验来估计 π 的值：先请全校 m 名同学每人随机写下一个都小于1的正实数对 (x,y)；再统计两数能与1构成钝角三角形三边的数对 (x,y) 的个数 a；最后再根据统计数 a 估计 π 的值，那么可以估计 π 的值约为

A．$\dfrac{4a}{m}$　　B．$\dfrac{a+2}{m}$　　C．$\dfrac{a+2m}{m}$　　D．$\dfrac{4a+2m}{m}$

12．已知 $\boldsymbol{a}=(2\sin\dfrac{\omega x}{2},\cos\dfrac{\omega x}{2})$，$\boldsymbol{b}=(\sqrt{3}\cos\dfrac{\omega x}{2},2\cos\dfrac{\omega x}{2})$，函数 $f(x)=\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}$ 在区间 $[0,\dfrac{4\pi}{3}]$ 上恰有 3 个极值点，则正实数 ω 的取值范围为

A．$[\dfrac{8}{5},\dfrac{5}{2})$　　B．$[\dfrac{7}{4},\dfrac{5}{2})$　　C．$[\dfrac{5}{3},\dfrac{7}{4}]$　　D．$(\dfrac{7}{4},\dfrac{5}{2}]$

二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。

13．实数 x，y 满足 $\begin{cases}2x-y+2\geqslant 0\\ x-y+1\leqslant 0\\ x+y-2\leqslant 0\end{cases}$，则 $z=2x+y$ 的最大值为__________.

14．成都市某次高三统考，成绩 X 经统计分析，近似服从正态分布 $X\sim N(100,\sigma^2)$，且 $P(86<X\leqslant 100)=0.15$．若该市有 8000 人参考，则估计成都市该次统考中成绩 X 大于 114 分的人数为__________．

15．已知函数 $f(x)=-x^3+x+a$，$x\in[\frac{1}{e},e]$ 与 $g(x)=3\ln x-x-1$ 的图像上存在关于 x 轴对称的点，则 a 的取值范围为__________．

16．在四面体 $ABCD$ 中，$AB=CD=\sqrt{41}$，$AC=BD=\sqrt{34}$，$AD=BC=5$，E，F 分别是 AD，BC 的中点．则下述结论：

① 四面体 $ABCD$ 的体积为 20；

② 异面直线 AC，BD 所成角的正弦值为 $\frac{24}{25}$；

③ 四面体 $ABCD$ 外接球的表面积为 50π；

④ 若用一个与直线 EF 垂直，且与四面体的每个面都相交的平面 α 去截该四面体，由此得到一个多边形截面，则该多边形截面面积最大值为 6．

其中正确的有__________．（填写所有正确结论的编号）

三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17～21 题为必考题，每个试题考生都必须作答。第 22、23 题为选考题，考生根据要求作答。

（一）必考题：共 60 分。

17．（12 分）

某企业为了解该企业工人组装某产品所用时间，对每个工人组装一个该产品的用时作了记录，得到大量统计数据．从这些统计数据中随机抽取了 9 个数据作为样本，得到如图所示的茎叶图（单位：分钟）．若用时不超过 40（分钟），则称这个工人为优秀员工．

（1）求这个样本数据的中位数和众数；

（2）以这 9 个样本数据中优秀员工的频率作为概率，任意调查 4 名工人，求被调查的 4 名工人中优秀员工的数量 x 的分布列和数学期望．

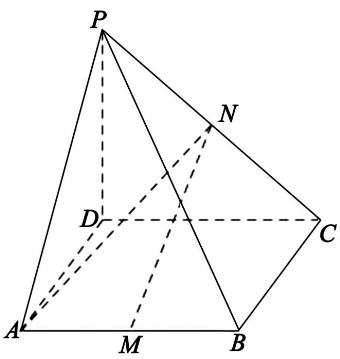
3	3 6 5
4	7 2 3 7
5	3 5

18．（12 分）

如图，四棱锥 $P-ABCD$ 中，底面 $ABCD$ 是边长为 4 的菱形，$PA=PC=5$，点 M，N 分别是 AB，PC 的中点．

（1）求证：MN // 平面 PAD；

（2）若 $\cos\angle PCD=\frac{4}{5}$，$\angle DAB=60°$，求直线 AN 与平面 PAD 所成角的正弦值．



19．（12 分）

已知数列$\{a_n\}$满足对任意$n\in \mathbf{N}^*$都有$2a_{n+1}=a_n+a_{n+2}$，其前n项和为S_n，且$S_7=49$，a_3是a_1与a_{13}的等比中项，$a_1<a_2$．

（1）求数列$\{a_n\}$的通项公式a_n；

（2）已知数列$\{b_n\}$满足$b_n=2^{a_n+1}$，$c_n=a_nb_n$，设数列$\{c_n\}$的前n项和为T_n，求$\dfrac{9T_n-20}{6n-5}$大于1000的最小的正整数n的值.

20．（12 分）

已知点$P(1,\dfrac{3}{2})$，$\boldsymbol{a}=(x-1,y)$，$\boldsymbol{b}=(x+1,y)$，且$|\boldsymbol{a}|+|\boldsymbol{b}|=4$，满足条件的点$Q(x,y)$的轨迹为曲线$C$．

（1）求曲线C的方程；

（2）是否存在过点$(0,-1)$的直线l，直线l与曲线C相交于A，B两点，直线PA，PB与y轴分别交于M，N两点，使得$|PM|=|PN|$？若存在，求出直线l的方程；若不存在，请说明理由.

21．（12 分）

已知函数$f(x)=-\ln(x+1)-ax-1-a\ (a\in\mathbf{R})$．

（1）若$f(x)\geqslant 0$对任意$x>-1$恒成立，求实数a的取值范围；

（2）求证：$-\ln(x+1)+xe^{x-1}-x+1\geqslant 0$．

（二）选考题：共 10 分。请考生在第 22、23 题中任选一题作答。如果多做，则按所做的第一题计分。

22．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

在直角坐标系xOy中，曲线C_1的参数方程为$\begin{cases}x=2\cos\alpha\\ y=2+2\sin\alpha\end{cases}$（$\alpha$为参数）．以坐标原点$O$为极点，$x$轴的正半轴为极轴，取相同长度单位建立极坐标系，曲线C_2的极坐标方程为$\rho=4\cos\theta$．

（1）求曲线C_1的极坐标方程和曲线C_2的普通方程；

（2）设射线OP：$\theta=\dfrac{\pi}{6}$与曲线C_1交于不同于极点的点A，与曲线C_2交于不同于极点的点B，求线段AB的长.

23．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

设函数$f(x)=|x+a|+|x-1|\ (a\in\mathbf{R})$.

（1）当$a=1$时，求不等式$f(x)\geqslant 4$的解集；

（2）若对任意$x\in\mathbf{R}$都有$f(x)\geqslant 2$，求实数a的取值范围.