

结论 1: 过圆 $x^2 + y^2 = 2a^2$ 上任意点 P 作圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 的两条切线, 则两条切线垂直.

结论 2: 过圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$ 上任意点 P 作椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的两条切线, 则两条切线垂直.

结论 3: 过圆 $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$ ($a > b > 0$) 上任意点 P 作双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 的两条切线, 则两条切线垂直.

结论 4: 过圆 $x^2 + y^2 = a^2$ 上任意不同两点 A, B 作圆的切线, 如果切线垂直且相交于 P , 则动点 P 的轨迹为圆: $x^2 + y^2 = 2a^2$.

结论 5: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意不同两点 A, B 作椭圆的切线, 如果切线垂直且相交于 P , 则动点 P 的轨迹为圆 $x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.

结论 6: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意不同两点 A, B 作双曲线的切线, 如果切线垂直且相交于 P , 则动点 P 的轨迹为圆 $x^2 + y^2 = a^2 - b^2$.

结论 7: 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上, 过点 M 作椭圆的切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 8: 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 外, 过点 M 作椭圆的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 8: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 内, 过点 M 作椭圆的弦 AB (不过椭圆中心), 分别过 A, B 作椭圆的切线, 则两条切线的交点 P 的轨迹方程为直线: $\frac{x_0x}{a^2} + \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 9: 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上, 过点 M 作双曲线的

切线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 10: 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 外, 过点 M 作双曲线

的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为 $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 10: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 内, 过点 M 作

双曲线的弦 AB (不过双曲线中心), 分别过 A, B 作双曲线的切线, 则两条切线的交点 P

的轨迹方程为直线: $\frac{x_0x}{a^2} - \frac{y_0y}{b^2} = 1$.

结论 11: 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上, 过点 M 作抛物线的切线方

程为 $y_0y = p(x + x_0)$.

结论 12: 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 外, 过点 M 作抛物线的两条切

线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为 $y_0y = p(x + x_0)$.

结论 12: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 内, 过点 M 作抛物线的

弦 AB , 分别过 A, B 作抛物线的切线, 则两条切线的交点 P 的轨迹方程为直线:

$y_0y = p(x + x_0)$.

结论 13: 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 上, 过点 M 作椭圆的切线方程

为 $\frac{(x_0-m)(x-m)}{a^2} + \frac{(y_0-n)(y-n)}{b^2} = 1$.

结论 14: 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 上, 过点 M 作双曲线的切线

方程为 $\frac{(x_0-m)(x-m)}{a^2} - \frac{(y_0-n)(y-n)}{b^2} = 1$.

结论 15: 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $(y-n)^2 = 2p(x-m)$ 上, 过点 M 作抛物线的切线方程为 $(y_0 - n)(y - n) = p(x + x_0 - 2m)$.

结论 16: 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 外, 过点 M 作椭圆的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为 $\frac{(x_0 - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_0 - n)(y - n)}{b^2} = 1$.

结论 17: 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 外, 过点 M 作双曲线的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为

$$\frac{(x_0 - m)(x - m)}{a^2} - \frac{(y_0 - n)(y - n)}{b^2} = 1.$$

结论 18: 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $(y-n)^2 = 2p(x-m)$ 外, 过点 M 作抛物线的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线方程为

$$(y_0 - n)(y - n) = p(x + x_0 - 2m).$$

结论 16: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在椭圆 $\frac{(x-m)^2}{a^2} + \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 内, 过点 M 作椭圆的弦 AB (不过椭圆中心), 分别过 A, B 作椭圆的切线, 则两条切线的交点 P 的轨迹方程为直线: $\frac{(x_0 - m)(x - m)}{a^2} + \frac{(y_0 - n)(y - n)}{b^2} = 1$.

结论 17: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在双曲线 $\frac{(x-m)^2}{a^2} - \frac{(y-n)^2}{b^2} = 1$ 内, 过点 M 作双曲线的弦 AB (不过双曲线中心), 分别过 A, B 作双曲线的切线, 则两条切线的交点 P 的轨迹方程为直线: $\frac{(x_0 - m)(x - m)}{a^2} - \frac{(y_0 - n)(y - n)}{b^2} = 1$.

结论 18: (补充) 点 $M(x_0, y_0)$ 在抛物线 $(y-n)^2 = 2p(x-m)$ 内, 过点 M 作抛物线的弦 AB , 分别过 A, B 作抛物线的切线, 则两条切线的交点 P 的轨迹方程为直线:

$$(y_0 - n)(y - n) = p(x + x_0 - 2m).$$

结论 19: 过椭圆准线上一点 M 作椭圆的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB 的直线必过相应的焦点 F , 且 MF 垂直切点弦 AB .

结论 20: 过双曲线准线上一点 M 作双曲线的两条切线, 切点分别为 A, B , 则切点弦 AB

的直线必过相应的焦点 F ，且 MF 垂直切点弦 AB 。

结论 21: 过抛物线准线上一点 M 作抛物线的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 的直线必过焦点 F ，且 MF 垂直切点弦 AB 。

结论 22: AB 为椭圆的焦点弦，则过 A, B 的切线的交点 M 必在相应的准线上。

结论 23: AB 为双曲线的焦点弦，则过 A, B 的切线的交点 M 必在相应的准线上。

结论 24: AB 为抛物线的焦点弦，则过 A, B 的切线的交点 M 必在准线上。

结论 25: 点 M 是椭圆准线与长轴的交点，过点 M 作椭圆的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 就是通径。

结论 26: 点 M 是双曲线准线与实轴的交点，过点 M 作双曲线的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 就是通径。

结论 27: M 为抛物线的准线与其对称轴的交点，过点 M 作抛物线的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 就是其通径。

结论 28: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的对称轴上任意一点 $M(-m, 0)$ ($m > 0$) 作抛物线的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 所在的直线必过点 $N(m, 0)$ 。

结论 29: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的对称轴上任意一点 $M(m, n)$ 作椭圆的两条切线，切点分别为 A, B 。

(1) 当 $n = 0$ ， $|m| > a$ 时，则切点弦 AB 所在的直线必过点 $P(\frac{a^2}{m}, 0)$ ；

(2) 当 $m = 0$ ， $|n| > b$ 时，则切点弦 AB 所在的直线必过点 $Q(0, \frac{b^2}{n})$ 。

结论 30: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的实轴上任意一点 $M(m, 0)$ ($|m| < a$) 作双曲线(单支)的两条切线，切点分别为 A, B ，则切点弦 AB 所在的直线必过点 $P(\frac{a^2}{m}, 0)$ 。

结论 31: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 外任意一点 M 作抛物线的两条切线，切点分别为 A, B ，弦 AB 的中点为 N ，则直线 MN 必与其对称轴平行。

结论 32: 若椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与双曲线 $\frac{x^2}{m^2} - \frac{y^2}{n^2} = 1$ ($m > 0, n > 0$) 共焦点，则在它们交点处的切线相互垂直。

结论 33: 过椭圆外一定点 P 作其一条割线，交点为 A, B ，则满足 $|AP| \cdot |BQ| = |AQ| \cdot |BP|$ 的动点 Q 的轨迹就是过 P 作椭圆两条切线形成的切点弦所在的直线方程上。

结论 34: 过双曲线外一定点 P 作其一条割线，交点为 A, B ，则满足 $|AP| \cdot |BQ| = |AQ| \cdot |BP|$

的动点 Q 的轨迹就是过 P 作双曲线两条切线形成的切点弦所在的直线方程上.

结论 35: 过抛物线外一定点 P 作其一条割线, 交点为 A, B , 则满足 $|AP| \cdot |BQ| = |AQ| \cdot |BP|$

的动点 Q 的轨迹就是过 P 作抛物线两条切线形成的切点弦所在的直线方程上.

结论 36: 过双曲线外一点 P 作其一条割线, 交点为 A, B , 过 A, B 分别作双曲线的切线相交于点 Q , 则动点 Q 的轨迹就是过 P 作双曲线两条切线形成的切点弦所在的直线方程上.

结论 37: 过椭圆外一点 P 作其一条割线, 交点为 A, B , 过 A, B 分别作椭圆的切线相交于点 Q , 则动点 Q 的轨迹就是过 P 作椭圆两条切线形成的切点弦所在的直线方程上.

结论 38: 过抛物线外一点 P 作其一条割线, 交点为 A, B , 过 A, B 分别作抛物线的切线相交于点 Q , 则动点 Q 的轨迹就是过 P 作抛物线两条切线形成的切点弦所在的直线方程上.

结论 39: 从椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右焦点向椭圆的动切线引垂线, 则垂足的轨

迹为圆: $x^2 + y^2 = a^2$.

结论 40: 从 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点向双曲线的动切线引垂线, 则垂足的

轨迹为圆: $x^2 + y^2 = a^2$.

结论 41: F 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的一个焦点, M 是椭圆上任意一点, 则焦半径 $|MF| \in [a-c, a+c]$.

结论 42: F 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右焦点, M 是双曲线上任意一点.

(1) 当点 M 在双曲线右支上, 则焦半径 $|MF| \geq c - a$;

(2) 当点 M 在双曲线左支上, 则焦半径 $|MF| \geq c + a$.

结论 43: F 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点, M 是抛物线上任意一点, 则焦半径

$$|MF| = x_0 + \frac{p}{2} \geq \frac{p}{2}.$$

结论 44: 椭圆上任一点 M 处的法线平分过该点的两条焦半径的夹角 (或者说 M 处的切线

平分过该点的两条焦半径的夹角的外角), 亦即椭圆的光学性质.

结论 45: 双曲线上任一点 M 处的切线平分过该点的两条焦半径的夹角 (或者说 M 处的法线平分过该点的两条焦半径的夹角的外角), 亦即双曲线的光学性质.

结论 46: 抛物线上任一点 M 处的切线平分该点的焦半径与该点向准线所作的垂线的夹角, 亦即抛物线的光学性质.

结论 47: 椭圆的准线上任一点 M 处的切点弦 PQ 过其相应的焦点 F , 且 $MF \perp PQ$.

结论 48: 双曲线的准线上任一点 M 处的切点弦 PQ 过其相应的焦点 F , 且 $MF \perp PQ$.

结论 49: 抛物线的准线上任一点 M 处的切点弦 PQ 过其焦点 F , 且 $MF \perp PQ$.

结论 50: 椭圆上任一点 P 处的切线交准线于 M , P 与相应的焦点 F 的连线交椭圆于 Q , 则 MQ 必与该椭圆相切, 且 $MF \perp PQ$.

结论 51: 双曲线上任一点 P 处的切线交准线于 M , P 与相应的焦点 F 的连线交双曲线于 Q , 则 MQ 必与该双曲线相切, 且 $MF \perp PQ$.

结论 52: 抛物线上任一点 P 处的切线交准线于 M , P 与焦点 F 的连线交抛物线于 Q , 则 MQ 必与该抛物线相切, 且 $MF \perp PQ$.

结论 53: 焦点在 x 轴上的椭圆 (或焦点在 y 轴) 上三点 P, Q, M 的焦半径成等差数列的充要条件为 P, Q, M 的横坐标 (纵坐标) 成等差数列.

结论 54: 焦点在 x 轴上的双曲线 (或焦点在 y 轴) 上三点 P, Q, M 的焦半径成等差数列的充要条件为 P, Q, M 的横坐标 (纵坐标) 成等差数列.

结论 55: 焦点在 x 轴上的抛物线 (或焦点在 y 轴) 上三点 P, Q, M 的焦半径成等差数列的充要条件为 P, Q, M 的横坐标 (纵坐标) 成等差数列.

结论 56: 椭圆上一个焦点 F_2 关于椭圆上任一点 P 处的切线的对称点为 Q , 则直线 PQ 必过该椭圆的另一个焦点 F_1 .

结论 57: 双曲线上一个焦点 F_2 关于双曲线上任一点 P 处的切线的对称点为 Q , 则直线 PQ 必过该双曲线的另一个焦点 F_1 .

结论 58: 椭圆上任一点 P (非顶点), 过 P 的切线和法线分别与短轴相交于 Q, S , 则有 P, Q, S 及两个焦点共于一圆上.

结论 59: 双曲线上任一点 P (非顶点), 过 P 的切线和法线分别与短轴相交于 Q, S , 则有 P, Q, S 及两个焦点共于一圆上.

结论 60: 椭圆上任一点 P (非顶点) 处的切线与过长轴两个顶点 A, A' 的切线相交于 M, M' , 则必得到以 MM' 为直径的圆经过该椭圆的两个焦点.

结论 61: 双曲线上任一点 P (非顶点) 处的切线与过实轴两个顶点 A, A' 的切线相交于 M, M' , 则必得到以 MM' 为直径的圆经过该双曲线的两个焦点.

结论 62: 以椭圆的任一焦半径为直径的圆内切于以长轴为直径的圆.

结论 63: 以双曲线的任一焦半径为直径的圆外切于以实轴为直径的圆.

结论 64: 以抛物线的任一焦半径为直径的圆与非对称轴的轴相切.

结论 65: 焦点在 x 轴上的椭圆 (或焦点在 y 轴上) 上任一点 M (非短轴顶点) 与短轴的两个顶点 B, B' 的连线分别交 x 轴 (或 y 轴) 于 P, Q , 则 $x_P x_Q = a^2$ (或 $y_P y_Q = a^2$).

结论 66: 焦点在 x 轴上的双曲线 (或焦点在 y 轴上) 上任一点 M (非顶点) 与实轴的两个顶点 B, B' 的连线分别交 y 轴 (或 x 轴) 于 P, Q , 则 $y_P y_Q = -b^2$ (或 $x_P x_Q = -b^2$).

结论 67: P 为焦点在 x 轴上的椭圆上任一点 (非长轴顶点), 则 $\triangle PF_1 F_2$ 与边 PF_2 (或 PF_1) 相切的旁切圆与 x 轴相切于右顶点 A (或左顶点 A').

结论 68: P 为焦点在 x 轴上的双曲线右支 (或左支) 上任一点, 则 $\triangle PF_1 F_2$ 的内切圆与 x 轴相切于右顶点 A (或左顶点 A').

结论 69: AB 是过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点 F 的一条弦 (非通径), 弦 AB 的

中垂线交 x 轴于 N , 则 $\frac{|AB|}{|NF|} = \frac{2}{e}$.

结论 70: AB 是过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦点 F 的一条弦 (非通径, 且为

单支弦), 弦 AB 的中垂线交 x 轴于 M , 则 $\frac{|AB|}{|MF|} = \frac{2}{e}$.

结论 71: AB 是过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 的一条弦 (非通径), 弦 AB 的中

垂线交 x 轴于 M , 则 $\frac{|AB|}{|MF|} = 2$.

结论 72: AB 为抛物线的焦点弦, 分别过 A, B 作抛物线的切线, 则两条切线的交点 P 在其准线上.

结论 73: AB 为椭圆的焦点弦, 分别过 A, B 作椭圆的切线, 则两条切线的交点 P 在其相应的准线上.

结论 74: AB 为双曲线的焦点弦, 分别过 A, B 作双曲线的切线, 则两条切线的交点 P 在其相应的准线上.

结论 75: AB 为过抛物线焦点 F 的焦点弦, 以 AB 为直径的圆必与其准线相切.

结论 76: AB 为过椭圆焦点 F 的焦点弦, 以 AB 为直径的圆必与其相应的准线相离 (当然与另一条准线更相离).

结论 77: AB 为过双曲线焦点 F 的焦点弦, 以 AB 为直径的圆必与其相应的准线相交, 截

得的圆弧度数为定值, 且为 $2 \arccos \frac{1}{e}$.

结论 78: 以圆锥曲线的焦点弦 AB 为直径作圆, 若该圆与其相应的准线相切, 则该曲线必为抛物线.

结论 79: 以圆锥曲线的焦点弦 AB 为直径作圆, 若该圆与其相应的准线相离, 则该曲线必为椭圆.

结论 80: 以圆锥曲线的焦点弦 AB 为直径作圆, 若该圆与其相应的准线相交, 则该曲线必

为双曲线, 此时截得的圆弧度数为定值, 且为 $2 \arccos \frac{1}{e}$.

结论 81: AB 为过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 焦点 F 的焦点弦, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$, 则 $|AB| = x_1 + x_2 + p$.

结论 82: AB 为过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 焦点 F 的焦点弦, $A(x_1, y_1), B(x_2, y_2)$,

y_2), 则 $|AB| = 2a - e|x_1 + x_2|$.

结论 83: AB 为过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 焦点 F 的焦点弦, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$. 若 AB 为单支弦, 则 $|AB| = e|x_1 + x_2| - 2a$; 若 AB 为双支弦, 则 $|AB| = e|x_1 + x_2| + 2a$

结论 84: F 为抛物线的焦点, A, B 是抛物线上不同的两点, 直线 AB 交其准线 l 于 M , 则 FM 平分 $\angle AFB$ 的外角.

结论 85: F 为椭圆的一个焦点, A, B 是椭圆上不同的两点, 直线 AB 交其相应的准线 l 于 M , 则 FM 平分 $\angle AFB$ 的外角.

结论 86: F 为双曲线的一个焦点, A, B 是双曲线上不同的两点(同一支上), 直线 AB 交其相应的准线 l 于 M , 则 FM 平分 $\angle AFB$ 的外角.

结论 87: F 为双曲线的一个焦点, A, B 是双曲线上不同的两点(左右支各一点), 直线 AB 交其相应的准线 l 于 M , 则 FM 平分 $\angle AFB$.

结论 88: AB 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 过焦点 F 的弦, 点 P 是椭圆上异于 A, B 的任一点, 直线 PA, PB 分别交相应于焦点 F 的准线 l 于 M, N , 则点 M 与点 N 的纵

坐标之积为定值, 且为 $-\frac{b^4}{c^2}$.

结论 89: AB 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 过焦点 F 的弦, 点 P 是双曲线上异于 A, B 的任一点, 直线 PA, PB 分别交相应于焦点 F 的准线 l 于 M, N , 则点 M 与

点 N 的纵坐标之积为定值, 且为 $-\frac{b^4}{c^2}$.

结论 90: AB 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 过焦点 F 的弦, 点 P 是抛物线上异于 A, B 的任一点, 直线 PA, PB 分别交准线 l 于 M, N , 则点 M 与点 N 的纵坐标之积为定值,

且为 $-P^2$.

结论 91: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($0 < m < a$) 于 M, N , 则 $y_M \cdot y_N$ 为定值, 且有 $y_M \cdot y_N = \frac{b^2(m^2 - a^2)}{m^2}$.

结论 92: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($0 < m < a$), P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $\overline{EM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{EM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + m^2 - b^2)}{m^2}$.

结论 93: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($0 < m < a$), P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $\overline{EN} \cdot \overline{FM}$ 为定值, 且有 $\overline{EN} \cdot \overline{FM} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + m^2 - b^2)}{m^2}$.

结论 94: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($0 < m < a$), P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $\overline{FM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{FM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 - m^2 - b^2)}{m^2}$.

结论 95: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($0 < m < a$), P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N ,

N , 则 $\overline{EM} \cdot \overline{EN}$ 为定值, 且有 $\overline{EM} \cdot \overline{EN} = \frac{(a^2 + m^2)^2 - b^2(a^2 - m^2)}{m^2}$.

结论 96: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($0 < m < a$), P 为椭圆任一点(非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M ,

N , 则 $\overline{BM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{BM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + am - b^2)}{m^2}$.

结论 97: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($0 < m < a$), P 为椭圆任一点(非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M ,

N , 则 $\overline{AM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{AM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 - am - b^2)}{m^2}$.

结论 98: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($0 < m < a$), P 为椭圆任一点(非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M ,

N , 则 $\overline{AM} \cdot \overline{BN}$ 为定值, 且有 $\overline{AM} \cdot \overline{BN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 - b^2)}{m^2}$.

结论 99: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点(非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\mathcal{Y}_M \mathcal{Y}_N$ 为定值, 且有 $\mathcal{Y}_M \mathcal{Y}_N = \frac{b^2(a^2 - m^2)}{m^2}$.

结论 100: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点(非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{EM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{EM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2 + m^2)}{m^2}$.

结论 101: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{EN} \cdot \overline{FM}$ 为定值, 且有 $\overline{EN} \cdot \overline{FM} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2 + m^2)}{m^2}$.

结论 102: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{FM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{FM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2 - m^2)}{m^2}$.

结论 103: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{EM} \cdot \overline{EN}$ 为定值, 且有 $\overline{EM} \cdot \overline{EN} = \frac{(a^2 + m^2)^2 + b^2(a^2 - m^2)}{m^2}$.

结论 104: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{BM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{BM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2 + am)}{m^2}$.

结论 105: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{AM} \cdot \overline{FN}$ 为定值, 且有 $\overline{AM} \cdot \overline{FN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2 - am)}{m^2}$.

结论 106: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于

M, N , 则 $\overline{AM} \cdot \overline{BN}$ 为定值, 且有 $\overline{AM} \cdot \overline{BN} = \frac{(a^2 - m^2)(a^2 + b^2)}{m^2}$.

结论 107: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, P 为椭圆任一点 (非长

轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{AP}k_{BP}$ 为定值, 且有

$$k_{AP}k_{BP} = k_{AM}k_{BN} = e^2 - 1 = -\frac{b^2}{a^2}.$$

结论 108: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, P 为椭圆任一点 (非长

轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{AN}k_{BM}$ 为定值, 且有

$$k_{AN}k_{BM} = e^2 - 1 = -\frac{b^2}{a^2}.$$

结论 109: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, P 为椭圆任一点 (非长

轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{AM}k_{AN}$ 为定值, 且有

$$k_{AM}k_{AN} = \frac{a+m}{a-m}(e^2 - 1).$$

结论 110: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, P 为椭圆任一点 (非长

轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{BM}k_{BN}$ 为定值, 且有

$$k_{EM}k_{FN} = \frac{a-m}{a+m}(e^2-1).$$

结论 111: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($0 < m < a$), P 为椭圆任一点(非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 $M,$

N , 则 $k_{EM}k_{FN}$ 为定值, 且有 $k_{EM}k_{FN} = -\frac{b^2}{a^2+m^2}$.

结论 112: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$,

($0 < m < a$), P 为椭圆任一点(非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 $M,$

N , 则 $k_{EM}k_{FM}$ 为定值, 且有 $k_{EM}k_{FM} = -\frac{b^2}{a^2+m^2}$.

结论 113: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的任一直径(中心弦), P 为椭圆上任

一点(不与 A, B 点重合), 则 $k_{PA}k_{PB}$ 为定值, 且有 $k_{PA}k_{PB} = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 114: A, B 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的任一弦(不过原点且不与对称轴平

行), M 为弦 AB 的中点, 若 k_{OM} 与 k_{AB} 均存在, 则 $k_{OM}k_{AB}$ 为定值, 且有

$$k_{OM}k_{AB} = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1.$$

结论 115: AB 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的任一弦(不与对称轴平行), 若平行于

AB 的弦的中点的轨迹为直线 PQ , 则有 $k_{AB}k_{PQ} = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 116: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意一点 P (不是其顶点)作椭圆的切线 PA ,

则有 $k_{FA}k_{OF} = -\frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 117: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($-a < m < a$), 过 F 的弦的端点为 A, B , 过点 A, B 分别作直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 的垂线, 垂足分别为 D, C , 直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 与 x 轴相交于 E , 则直线 AC 与 BD 恒过 EF 的中点, 且有 $k_{AE} + k_{BE} = 0$.

结论 118: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m = \pm c$), 过 F 任作一条弦 AB , E 为椭圆上任一点, 连接 AE, BE , 且分别与准线 $x = \frac{a^2}{m}$ 相交于 P, Q , 则有

$$k_{FP} \cdot k_{FQ} = -1.$$

结论 119: 椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($-a < m < a, m \neq 0$), 过 F 任作一条弦 AB , E 为椭圆上任一点, 连接 AE, BE , 且分别与直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 相交于 P, Q , 则有

$$k_{FP} \cdot k_{FQ} = \frac{b^2}{m^2 - a^2}.$$

结论 120: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($m > a$) 于 M, N , 则 $k_{AP}k_{BP}$ 为定值, 且有 $k_{AP}k_{BP} = k_{AM}k_{BN} = e^2 - 1 = \frac{b^2}{a^2}$.

结论 121: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($m > a$) 于 M, N , 则 $k_{AN}k_{BM}$ 为定值, 且有 $k_{AN}k_{BM} = e^2 - 1$.

结论 122: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($m > a$) 于 M, N , 则 $k_{AM}k_{AN}$ 为定值, 且有 $k_{AM}k_{AN} = \frac{a+m}{a-m}(e^2 - 1)$.

结论 123: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($m > a$) 于 M, N , 则 $k_{BM}k_{BN}$ 为定值, 且有 $k_{BM}k_{BN} = \frac{a-m}{a+m}(e^2 - 1)$.

结论 124: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{EM}k_{FN}$ 为定值, 且有 $k_{EM}k_{FN} = \frac{b^2}{a^2 + m^2}$.

结论 125: A, B 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, $E(-m, 0), F(m, 0)$, ($m > a$), P 为双曲线上任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则 $k_{EN}k_{FM}$ 为定值, 且有 $k_{EN}k_{FM} = \frac{b^2}{a^2 + m^2}$.

结论 126: AB 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的任一直径, P 为双曲线上任一点 (不与 A, B 点重合), 则 $k_{PA}k_{PB}$ 为定值, 且有 $k_{PA}k_{PB} = \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 127: AB 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的任一弦 (不过原点且不与对称轴

平行), M 为弦 AB 的中点, 若 k_{OM} 与 k_{AB} 均存在, 则 $k_{OM} k_{AB}$ 为定值, 且有 $k_{OM} k_{AB} = \frac{b^2}{a^2}$.

结论 128: AB 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的任一弦 (不与对称轴平行), 若平

行于 AB 的弦的中点的轨迹为直线 PQ , 则有 $k_{AB} k_{PQ} = \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 129: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上任意一点 P (不是其顶点) 作双曲线的切

线 PA , 则有 $k_{PA} k_{OP} = \frac{b^2}{a^2} = e^2 - 1$.

结论 130: 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m > a$ 或 $m < -a$), 过 F

的弦的端点为 A, B , 过 A, B 分别作直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 的垂线, 垂足分别为 D, C , 直线 $x = \frac{a^2}{m}$

与 x 轴相交于 E , 则直线 AC 与 BD 恒过 EF 的中点, 且有 $k_{AE} + k_{BE} = 0$.

结论 131: 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m = \pm c$), 过 F 任作一

条弦 AB , E 为双曲线上任一点, 连接 AE, BE , 且分别与准线 $x = \frac{a^2}{m}$ 相交于 P, Q ,

则有 $k_{FP} \cdot k_{FQ} = -1$.

结论 132: 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m > a$ 或 $m < -a$), 过 F

任作一条弦 AB , E 为双曲线上任一点, 连接 AE, BE , 且分别与直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 相交于 $P,$

Q , 则有 $k_{FP} \cdot k_{FQ} = \frac{b^2}{a^2 - m^2}$.

结论 133: 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m > 0$), 过 F 的弦的端点为 $A,$

B , 过 A, B 分别作直线 $x = -m$ 的垂线, 垂足分别为 D, C , 直线 $x = -m$ 与 x 轴相交

于 E ，则直线 AC 与 BD 恒过 EF 的中点，且有 $k_{AE} + k_{BE} = 0$ 。

结论 134: 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m = \frac{p}{2}$)，过 F 任作一条弦 AB ，

E 为抛物线上任一点，连接 AE , BE ，分别与准线 $x = -m$ 相交 P , Q ，则 $k_{FP} \cdot k_{FQ} = -1$ 。

结论 135: 抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 及定点 $F(m, 0)$, ($m > 0$)，过 F 任作一条弦 AB ，

E 为抛物线上任一点，连 AE , BE ，分别与直线 $x = -m$ 相交 P , Q ，则 $k_{FP} \cdot k_{FQ} = -\frac{p}{2m}$ 。

结论 136: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 $F(\frac{p}{2}, 0)$ 的弦（焦点弦）与抛物线相交于 A , B ，过 B 作直线 BC 与 x 轴平行，且交准线于 C ，则直线 AC 必过原点（即其准线与 x 轴交点 E 与焦点 F 的线段的中点）。

结论 137: AB 为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点 F 的弦，其相应的准线与 x 轴交点为 E ，过 A , B 作 x 轴的平行线与其相应的准线分别相交于 M , N ，则直线 AN , BM 均过线段 EF 的中点。

结论 138: AB 为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦点 F 的弦，其相应的准线与 x 轴交点为 E ，过 A , B 作 x 轴的平行线与其相应的准线分别相交于 M , N ，则直线 AN , BM 均过线段 EF 的中点。

结论 139: 过圆锥曲线（可以是非标准状态下）焦点弦的一个端点向其相应的准线作垂线，垂足与另一个端点的连线必经过焦点到相应的准线的垂线段的中点。

结论 140: AB 为垂直于椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0, a \neq b$) 长轴上的动弦，其准线与 x 轴相交于 Q ，则直线 AF 与 BQ （或直线 BF 与 AQ ）的交点 M 必在该椭圆上。

结论 141: AB 为垂直于双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = \lambda$ ($\lambda \neq 0$) 实轴的动弦，其准线与 x 轴相交于 Q ，则直线 AF 与 BQ （直线 BF 与 AQ ）的交点 M 也恒在该双曲线上。

结论 142: AB 为垂直于抛物线 $y^2 = tx$ (或 $x^2 = ty$) ($t \neq 0$) 对称轴的动弦, 其准线与 x 轴相交于 Q , 则直线 AF 与 BQ (直线 BF 与 AQ) 的交点 M 也恒在该抛物线上.

结论 143: AB 为垂直于圆锥曲线的长轴 (椭圆) (或实轴 (双曲线) 或对称轴 (抛物线)) 的动弦, 其准线与 x 轴相交于 Q , 则直线 AF 与 BQ (直线 BF 与 AQ) 的交点 M 也恒在该圆锥曲线上.

结论 144: 圆锥曲线的焦点弦 AM (不为通径, 若双曲线则为单支弦), 则在 x 轴上有且只有一点 Q 使 $\angle AQF = \angle MQF$.

结论 145: 过 F 任作圆锥曲线的一条弦 AB (若是双曲线则为单支弦), 分别过 A、B 作准线 l 的垂线 (Q 是其相应准线与 x 轴的交点), 垂足为 A_1, B_1 , 则直线 AB_1 与直线 A_1B 都经过 QF 的中点 K, 即 A, K, B_1 及 B, K, A_1 三点共线.

结论 146: 若 AM、BM 是圆锥曲线过点 F 且关于长轴 (椭圆) 对称的两条动弦 (或实轴 (双曲线) 或对称轴 (抛物线)), 如图 5, 则四线 AM_1, BN_1, NB_1, MA_1 共点于 K.

结论 147: A, B 分别为椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的右顶点和左顶点, P 为椭圆任一点 (非长轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ 于 M, N , 则以线段 MN 为直径的圆必过二个定点, 且椭圆外定点为 Q ($\frac{a^2 + b\sqrt{a^2 - m^2}}{m}, 0$) 及椭圆内定点为 R ($\frac{a^2 - b\sqrt{a^2 - m^2}}{m}, 0$).

结论 148: A, B 分别为双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的右顶点和左顶点, P 为双曲线上任一点 (非实轴顶点), 若直线 AP, BP 分别交直线 $x = \frac{a^2}{m}$ ($m > a$) 于 M, N , 则以线段 MN 为直径的圆必过二个定点, 且双曲线内定点为 Q ($\frac{a^2 + b\sqrt{m^2 - a^2}}{m}, 0$) 及双曲线外定点为 R ($\frac{a^2 - b\sqrt{m^2 - a^2}}{m}, 0$).

结论 149: 过直线 $x = m$ ($m \neq 0$) 上但在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 外一点 M 向椭圆

引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点 $N(\frac{a^2}{m}, 0)$, 且有

$$k_{AB}k_{MN} = \frac{b^2 m^2}{a^2(a^2 - m^2)}.$$

结论 150: 过直线 $x = m$ ($m \neq 0$) 上但在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 外 (即双曲线中心所在区域) 一点 M 向双曲线引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点

$N(\frac{a^2}{m}, 0)$, 且有 $k_{AB}k_{MN} = \frac{b^2 m^2}{a^2(m^2 - a^2)}$.

结论 151: 过直线 $x = m$ ($m \neq 0$) 上但在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 外 (即抛物线准线所在区域) 一点 M 向抛物线引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点

$N(-m, 0)$, 且有 $k_{AB}k_{MN} = \frac{p}{2m}$.

结论 152: 设点 M 是圆锥曲线的准线上一点 (不在双曲线的渐近线上), 过点 M 向圆锥曲线引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过准线对应的焦点 F , 且 $FM \perp AB$.

结论 153: 过直线 $mx + ny = 1$ 上但在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 外一点 M 向椭圆引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点 $N(ma^2, nb^2)$.

结论 154: 过直线 $mx + ny = 1$ 上但在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 外 (即双曲线中心所在区域) 一点 M 向双曲线引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点 $N(ma^2, nb^2)$.

结论 155: 过直线 $mx + ny = 1$ ($m \neq 0$) 上但在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 外 (即抛物线准线所在区域) 一点 M 向抛物线引两条切线, 切点分别为 A, B , 则直线 AB 必过定点

$$N \left(-\frac{1}{m}, -\frac{pn}{m} \right).$$

结论 156: A, B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左右顶点, 点 P 是直线 $x = t$ ($|t| \neq a, t \neq 0$) 上的一个动点 (P 不在椭圆上), 直线 PA 及 PB 分别与椭圆相交于 M, N , 则直

线 MN 必与 x 轴相交于定点 $Q \left(\frac{a^2}{t}, 0 \right)$.

结论 157: A, B 是在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的顶点, 点 P 是直线 $x = t$ ($|t| \neq a, t \neq 0$) 上的一个动点 (P 不在双曲线上), 直线 PA 及 PB 分别与双曲线相交于 M, N ,

则直线 MN 必与 x 轴相交于定点 $Q \left(\frac{a^2}{t}, 0 \right)$.

结论 158: A, B 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上异于顶点 O 的两个动点, 若直线 AB 过定点 $N(2p, 0)$, 则 $OA \perp OB$, 且 A, B 的横坐标之积及纵坐标之积均为定值.

结论 159: A, B 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上异于顶点 O 的两个动点, 若 $OA \perp OB$, 则直线 AB 必过定点 $N(2p, 0)$, 且 A, B 的横坐标之积及纵坐标之积均为定值.

结论 160: A, B 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上异于顶点 O 的两个动点, 若 $OA \perp OB$, 过 O 作 $OM \perp AB$, 则动点 M 的轨迹方程为 $x^2 + y^2 - 2px = 0$ ($x \neq 0$).

结论 161: A, B 是抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上异于顶点 O 的两个动点, 若 $OA \perp OB$, 则 $(S_{\triangle AOB})_{\min} = 4p^2$.

结论 162: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上任一点 $M(x_0, y_0)$ 作两条弦 MA, MB , 则

$MA \perp MB$ 的充要条件是直线 AB 过定点 $N(x_0 + 2p, -y_0)$.

结论 163: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上任一点 $M(x_0, y_0)$ 作两条弦 MA, MB ,

则 $k_{MA} k_{MB} = \lambda$ ($\lambda \neq 0$) 的充要条件是直线 AB 过定点 $N \left(x_0 - \frac{2p}{\lambda}, -y_0 \right)$.

结论 164: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任一点 $M(x_0, y_0)$ 作两条弦 MA, MB ,

则 $MA \perp MB$ 的充要条件是直线 AB 过定点 $N\left(\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}x_0, \frac{b^2 - a^2}{b^2 + a^2}y_0\right)$.

特别地, (1) 当 M 为左、右顶点时, 即 $x_0 = \pm a, y_0 = 0$ 时, $MA \perp MB$ 的充要条件是

直线 AB 过定点 $N\left(\frac{\pm a(a^2 - b^2)}{a^2 + b^2}, 0\right)$.

(2) 当 M 为上、下顶点时, 即 $x_0 = 0, y_0 = \pm b$ 时, $MA \perp MB$ 的充要条件是直线 AB

过定点 $N\left(0, \frac{\pm b(b^2 - a^2)}{b^2 + a^2}\right)$.

结论 165: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上任一点 $M(x_0, y_0)$ 作两条弦 $MA,$

MB , 则 $MA \perp MB$ 的充要条件是直线 AB 过定点 $N\left(\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}x_0, \frac{b^2 + a^2}{b^2 - a^2}y_0\right)$.

特别地, 当 M 为左、右顶点时, 即 $x_0 = \pm a, y_0 = 0$ 时, $MA \perp MB$ 的充要条件是直线

AB 过定点 $N\left(\frac{\pm a(a^2 + b^2)}{a^2 - b^2}, 0\right)$.

结论 166: 过二次曲线: $Ax^2 + By^2 + Cx + Dy = E$ (A, B, C, D, E 为常数, $A + B \neq 0$)

上任一点 $M(x_0, y_0)$ 作两条弦 MA, MB , 若 $MA \perp MB$, 则直线 AB 恒过定点

$N\left(x_0 - \frac{2Ax_0 + C}{A + B}, y_0 - \frac{2By_0 + D}{A + B}\right)$.

值得注意的是: 在结论 166 中

(1) 令 $A = D = 0, B = 1, C = -2p, x_0 = y_0 = 0$ 就是结论 159;

(2) 令 $A = D = 0, B = 1, C = -2p$ 就是结论 162;

(3) 令 $A = a^2, B = b^2, C = D = 0$ 就得到结论 164;

(4) 令 $A = b^2, B = -a^2, C = D = 0$ 就得到结论 165.

结论 167: A, B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上不同的两个动点, 若 $OA \perp OB$, 则

$$\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} = \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^2}.$$

结论 168: A, B 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上不同的两个动点, 若 $OA \perp OB$,

则有
$$\left(\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}\right)_{\min} = \frac{a+b}{ab}, \quad \left(\frac{1}{|OA|} + \frac{1}{|OB|}\right)_{\max} = \frac{\sqrt{2(a^2+b^2)}}{ab}.$$

结论 169: A, B 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($b > a > 0$) 上不同的两个动点 (在同一支上),

若 $OA \perp OB$, 则有
$$\frac{1}{|OA|^2} + \frac{1}{|OB|^2} = \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2}.$$

结论 170: 在抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的对称轴上存在一个定点 $M(p, 0)$, 使得过该点

的任意弦 AB 恒有
$$\frac{1}{|MA|^2} + \frac{1}{|MB|^2} = \frac{1}{p^2}.$$

结论 171: 在椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的长轴上存在定点 $M(\pm a\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}, 0)$, 使得

过该点的任意弦 AB 恒有
$$\frac{1}{|MA|^2} + \frac{1}{|MB|^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^4}.$$

结论 172: 在双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的实轴上存在定点 $M(\pm a\sqrt{\frac{a^2 - b^2}{a^2 + b^2}}, 0)$, 使

得过该点的任意弦 AB 恒有
$$\frac{1}{|MA|^2} + \frac{1}{|MB|^2} = \frac{a^2 + b^2}{b^4}.$$

结论 173: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点 F 作一条直线与椭圆相交于 M, N ,

与 y 轴相交于 P , 若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$, $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且
$$\lambda + \mu = -\frac{2a^2}{b^2}.$$

结论 174: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦点 F 作一条直线与双曲线相交于 M ,

N ，与 y 轴相交于 P ，若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$ ， $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = \frac{2a^2}{b^2}$ 。

结论 175: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 作一条直线与抛物线相交于 M ， N ，与 y 轴相交于 P ，若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$ ， $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = -1$ 。

结论 176: 过椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的焦点 F 作一条直线与椭圆相交于 M ， N ，与相应准线相交于 P ，若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$ ， $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 177: 过双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 的焦点 F 作一条直线与双曲线相交于 M ， N ，与相应准线相交于 P ，若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$ ， $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 178: 过抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 的焦点 F 作一条直线与抛物线相交于 M ， N ，与准线相交于 P ，若 $\overline{PM} = \lambda \overline{MF}$ ， $\overline{PN} = \mu \overline{NF}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 179: MN 是垂直椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 长轴的动弦， P 是椭圆上异于顶点的动点，直线 MP ， NP 分别交 x 轴于 E ， F ，若 $\overline{PE} = \lambda \overline{EM}$ ， $\overline{PF} = \mu \overline{FN}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 180: MN 是垂直双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 实轴的动弦， P 是双曲线上异于顶点的动点，直线 MP ， NP 分别交 x 轴于 E ， F ，若 $\overline{PE} = \lambda \overline{EM}$ ， $\overline{PF} = \mu \overline{FN}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 181: MN 是垂直抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 对称轴的动弦， P 是抛物线上异于顶点的动点，直线 MP ， NP 分别交 x 轴于 E ， F ，若 $\overline{PE} = \lambda \overline{EM}$ ， $\overline{PF} = \mu \overline{FN}$ ，则 $\lambda + \mu$ 为定值，且 $\lambda + \mu = 0$ 。

结论 182: MN 是垂直椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 长轴的动弦， P 是椭圆上异于顶点的

的动点, 直线 MP , NP 分别交 x 轴于 E , F , A 为长轴顶点, 若 $\overline{OE} = \lambda \overline{EA}$, $\overline{OF} = \mu \overline{FA}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且 $\lambda + \mu = -1$.

结论 183: MN 是垂直双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 实轴的动弦, P 是双曲线上异于顶点的动点, 直线 MP , NP 分别交 x 轴于 E , F , A 为实轴顶点, 若 $\overline{OE} = \lambda \overline{EA}$, $\overline{OF} = \mu \overline{FA}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且 $\lambda + \mu = -1$.

结论 184: MN 是垂直抛物线 $y^2 = 2px$ ($p > 0$) 对称轴的动弦, P 是抛物线上异于顶点的动点, 直线 MP , NP 分别交 x 轴于 E , F , A 为抛物线焦点, 若 $\overline{OE} = \lambda \overline{EA}$, $\overline{OF} = \mu \overline{FA}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且 $\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{\mu} = 2$.

结论 185 (补充): 点 P 是椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意一点, 弦 PA 、 PB 分别过定点 $M(-m, 0)$ 、 $N(m, 0)$, ($0 < m < a$), 且 $\overline{PM} = \lambda \overline{MA}$, $\overline{PN} = \mu \overline{NB}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且 $\lambda + \mu = \frac{2(a^2 + m^2)}{a^2 - m^2}$.

结论 186 (补充): 点 P 是双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上任意一点, 弦 PA 、 PB 分别过定点 $M(-m, 0)$ 、 $N(m, 0)$, ($0 < m < a$), 且 $\overline{PM} = \lambda \overline{MA}$, $\overline{PN} = \mu \overline{NB}$, 则 $\lambda + \mu$ 为定值, 且 $\lambda + \mu = \frac{2(a^2 + m^2)}{a^2 - m^2}$.

结论 187: (补充): M 、 P 是圆 $C: x^2 + y^2 = r^2$ ($r > 0$) 上任意两点, 点 M 关于 x 轴对称点为 N , 若直线 PM 、 PN 与 x 轴分别相交于点 $A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$, 则 mn 为定值, 且 $mn = r^2$.

结论 188: (补充): M 、 P 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上任意两点, 点 M 关于 x 轴对称点为 N , 若直线 PM 、 PN 与 x 轴分别相交于点 $A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$, 则 mn 为

定值, 且 $mn = a^2$.

结论 189 (补充): M 、 P 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上任意两点, 点 M 关于 x 轴对称点为 N , 若直线 PM 、 PN 与 x 轴分别相交于点 $A(m, 0)$ 、 $B(n, 0)$, 则 mn 为定值, 且 $mn = a^2$.

结论 190 (补充): A 、 B 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 上关于 x 轴对称的任意两个不同的点, 点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上的定点, 直线 PB 交椭圆 C 于另一点 E , 则直线 AE 恒过 x 轴上的定点, 且定点为 $Q\left(\frac{a^2}{m}, 0\right)$.

结论 191 (补充): A 、 B 是双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > 0, b > 0$) 上关于 x 轴对称的任意两个不同的点, 点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上的定点, 直线 PB 交双曲线一点 E , 则直线 AE 恒过 x 轴上的定点, 且定点为 $Q\left(\frac{a^2}{m}, 0\right)$.

结论 192 (补充): A 、 B 是抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$) 上关于 x 轴对称的任意两个不同的点, 点 $P(m, 0)$ 是 x 轴上的定点, 直线 PB 交抛物线一点 E , 则直线 AE 恒过 x 轴上的定点, 且定点为 $Q(-m, 0)$.