

高考物理五大专题例题精讲

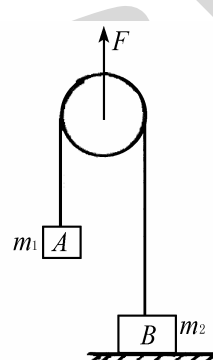
物理专题一物理思想与物理方法

一、隔离分析法与整体分析法

隔离分析法是把选定的研究对象从所在物理情境中抽取出来,加以研究分析的一种方法.需要用隔离法分析的问题,往往都有几个研究对象,应对它们逐一隔离分析、列式.并且还要找出这些隔离体之间的联系,从而联立求解.概括其要领就是:先隔离分析,后联立求解.

1.隔离法.

【例 1】如图所示,跨过滑轮细绳的两端分别系有 $m_1=1\text{kg}$ 、 $m_2=2\text{kg}$ 的物体 A 和 B.滑轮质量 $m=0.2\text{kg}$,不计绳与滑轮的摩擦,要使 B 静止在地面上,则向上的拉力 F 不能超过多大?



【解析】(1)先以 B 为研究对象,当 B 即将离开地面时,地面对它的支持力为 0.它只受到重力 $m_B g$ 和绳子的拉力 T 的作用,且有: $T - m_B g = 0$.

(2)再以 A 为研究对象,在 B 即将离地时, A 受到重力和拉力的作用,由于 $T = m_B g > m_A g$,所示 A 将加速上升.有 $T - m_A g = m_A a_A$.

(3)最后以滑轮为研究对象,此时滑轮受到四个力作用:重力、拉力、两边绳子的两个拉力 T.有 $F - mg - 2T = ma$.

这里需要注意的是:在 A 上升距离 s 时,滑轮只上升了 $s/2$,故 A 的加速度为滑轮加速度的 2 倍,即: $a_A = 2a$.

由以上四式联立求解得: $F = 43\text{N}$.

2.整体分析法.

整体分析法是把一个物体系统(内含几个物体)看成一个整体,或者是着眼于物体运动的全过程,而不考虑各阶段不同运动情况的一种分析方法.

【例 2】如图所示,质量 0.5kg 、长 1.2m 的金属盒,放在水平桌面上,它与桌面间动摩擦因数 $\mu = 0.125$.在盒内右端放着质量也是 0.5kg 、半径 0.1m 的弹性小球,球与盒接触光滑.若在盒的左端给盒以水平向右 $1.5\text{N}\cdot\text{s}$ 的冲量,设盒在运动中与球碰撞的时间极短,且无能量损失.求:盒从开始运动到完全停止所通过的路程是多少?(g 取 10m/s^2)



【解析】此题中盒与球交替做不同形式的运动,若用隔离法分段求解,将非常复杂.我们可以把盒和球交替运动的过程看成是在地面摩擦力作用下系统动能损耗的整体过程.

这个系统运动刚开始所具有的动能即为盒的动能

$$mv_0^2/2 = p^2/2m = 1.5^2/(2 \times 0.5) = 2.25\text{J}$$

整体在运动中受到的摩擦力:

$$f = \mu N = \mu 2mg = 10 \times 0.125 = 1.25\text{N}$$

根据动能定理,可得 $-fs = 0 - mv_0^2/2$, $s = 1.8\text{m}$

【解题回顾】不少同学分析完球与盒相互作用和运动过程后,用隔离法分段求解.先判断盒与球能否相撞,碰撞后交换速度,再求盒第二次运动的路程,再把各段路程相加.对有限次碰撞尚能理解,但如果起初的初动能很大,将会发生多次碰撞,遇到这种情况时,同学

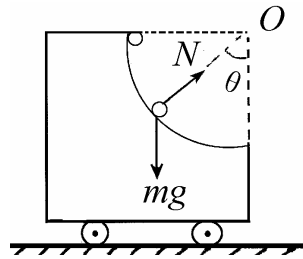
们会想到整体法吗?

当然, 隔离分析法与整体分析法是相辅相成的, 是不可分割的一个整体。有时需要先
用隔离分析法, 再用整体分析法; 有时需要先整体分析法, 再用隔离分析法。

二、极值法与端值法

极值问题是中学物理中常见的一类问题。在物理状态发生变化的过程中, 某一个物理量
的变化函数可能不是单调的, 它可能有最大值或最小值。分析极值问题的思路有两种: 一种
是把物理问题转化为数学问题, 纯粹从数学角度去讨论或求解某一个物理函数的极值。它采
用的方法也是代数、三角、几何等数学方法; 另一种是根据物体在状态变化过程中受到的物
理规律的约束、限制来求极值。它采用的方法是物理分析法。

【例 3】 如图所示, 一辆有四分之一圆弧的小车
停在光滑的水平地面上, 质量为 m 的小球从静止
开始由车的顶端无摩擦滑下, 且小车始终保持静止
状态。试分析: 当小球运动到什么位置时, 地面对
小车的静摩擦力最大? 最大值为多少?



【解析】 设圆弧半径为 R , 当小球运动到重力与半径夹角为 θ 时, 速率为 v 。根据机械能
守恒定律和牛顿第二定律有:

$$mv^2/2 = mgR\cos\theta$$

$$N - mg\cos\theta = mv^2/R$$

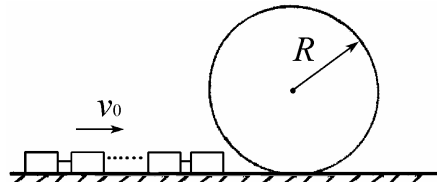
解得小球对小车的压力为: $N = 3mg\cos\theta$

其水平分量为 $N_x = 3mg\cos\theta\sin\theta = 3mg\sin 2\theta/2$

根据平衡条件, 地面对小车的静摩擦力水平向右, 大小为: $f = N_x = 3mg\sin 2\theta/2$

可以看出: 当 $\sin 2\theta = 1$, 即 $\theta = 45^\circ$ 时, 地面对车的静摩擦力最大, 其值为 $f_{\max} = 3mg/2$

【例 4】 如图所示, 游乐场空中列车
由许多节完全相同的车厢组成, 列车
先沿水平轨道行驶, 然后滑上半径为
 R 的空中圆环形光滑轨道。若列车全长
为 L ($L > 2\pi R$), R 远大于一节车厢的长
度和高度, 那么列车在运行到圆环前的速度 v_0 至少多大, 才能使整个列车安全通过圆环轨
道?



【解析】 滑上轨道前列车速度的最小值 v_0 与轨道最高处车厢应具有的速度最小值 v
相对应。这里 v 代表车厢恰能滑到最高处, 且对轨道无弹力的临界状态。由:

$$mg = mv^2/R$$

$$\text{得: } v = \sqrt{Rg}$$

因轨道光滑, 根据机械能守恒定律, 列车在滑上轨道前的动能应等于列车都能安全通
过轨道时应具有的动能和势能。因各节车厢在一起, 故它们布满轨道时的速度都相等, 且至
少为 v 。另外列车势 $M'gh$ 还增加了 $M'gh$, 其中 M' 为布满在轨道上车厢的质量, $M' = M(2\pi R/L)$, h 为它们的平均高度, $h = R$ 。因 $L > 2\pi R$, 故仍有一些车厢在水平轨道上, 它
们的速度与轨道上车厢的速度一样, 但其势能为 0, 由以上分析可得:

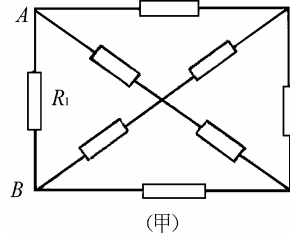
$$Mv_0^2/2 = Mv^2/2 + M(2\pi R/L)gR$$

$$v_0 = \sqrt{Rg + 4\pi R^2/L}$$

三、等效法

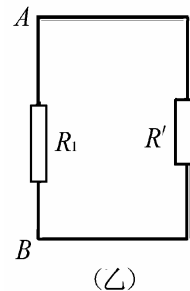
等效法是物理思维的一种重要方法,其要点是在效果不变的前提下,把较复杂的问题转化为较简单或常见的问题.应用等效法,关键是要善于分析题中的哪些问题(如研究对象、运动过程、状态或电路结构等)可以等效.

【例 5】如图(甲)所示电路甲由 8 个不同的电阻组成,已知 $R_1=12\ \Omega$,其余电阻阻值未知,测得 A、B 间的总电阻为 $4\ \Omega$,今将 R_1 换成 $6\ \Omega$ 的电阻,则 A、B 间的总电阻是多少?



【解析】此题电路结构复杂,很难找出各电阻间串、并联的关系

由于 8 个电阻中的 7 个电阻的阻值未知,即使能理顺各电阻间的关系,也求不出它们连结后的总阻值.但是,由于各电阻阻值一定,连结成电路后两点间的电阻值也是一定的,我们把 R_1 外的其余部分的电阻等效为一个电阻 R' ,如图电路乙所示,则问题将迎刃而解.由并联电路的规律得:

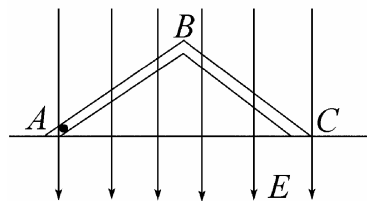


$$4=12R'/(12+R')$$

$$R=6R'/(6+R')$$

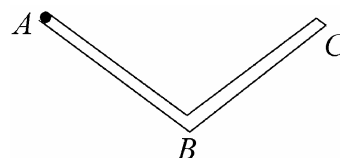
$$\text{解得 } R=3\ \Omega$$

【例 6】如图所示,一个“V”型玻璃管倒置于竖直平面内,并处于 $E=10^3\text{V/m}$ 、方向竖直向下的匀强电场中,一个带负电的小球,重为 $G=10^{-3}\text{N}$,电量 $q=2\times 10^{-6}\text{C}$,从 A 点由静止开始运动,球与管壁的摩擦因数 $\mu=0.5$.已知管长 $AB=BC=2\text{m}$,倾角 $\alpha=37^\circ$,且管顶 B 处有一很短的光滑圆弧.求:



- (1) 小球第一次运动到 B 时的速度多大?
 - (2) 小球运动后,第一次速度为 0 的位置在何处?
 - (3) 从开始运动到最后静止,小球通过的总路程是多少?
- ($\sin 37^\circ = 0.6$, $\cos 37^\circ = 0.8$)

【解析】小球受到竖直向上的电场力为 $F=qE=2\times 10^{-3}\text{N}=2G$,重力和电场合力大小等于重力 G ,方向竖直向上,这里可以把电场力与重力的合力等效为一个竖直上的“重力”,将整个装置在竖直平面内旋转 180° 就变成了常见的物理模型——小球在 V 型斜面上的运动.如图所示,



(1) 小球开始沿这个“V”型玻璃筒运动的加速度为 $a_1=g(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)=10\times(\sin 37^\circ-\mu\cos 37^\circ)=2\text{m/s}^2$ 所以小球第一次到达 B 点时的速度为:

$$v=\sqrt{2a_1l}=\sqrt{2\times 2\times 2}=2\sqrt{2}\text{m/s}$$

(2) 在 BC 面上,小于开始从 B 点做匀减速运动,加速度的大小为:

$$a_2=g(\sin\alpha+\mu\cos\alpha)=10\times(\sin 37^\circ+\mu\cos 37^\circ)=10\text{m/s}^2$$

所以,速度为 0 时到 B 的距离为

$$s=v^2/2a_2=0.4\text{m}$$

(3)接着小球又反向向 B 加速运动,到 B 后又减速向 A 运动,这样不断地往复,最后停在 B 点.如果将全过程等效为一个直线运动,则有:

$$mgl\sin\alpha=\mu mg\cos\alpha L$$

所以 $L=l\tan\alpha/\mu=3m$

即小球通过的全路程为 $3m$.

四、排除法解选择题

排除法又叫筛选法,在选择题提供的四个答案中,若能判断 A、B、C 选项不对,则答案就是 D 项.在解选择题时,若能先把一些明显不正确的答案排除掉,在所剩下的较少选项中再选择正确答案就较省事了.

【例 7】在光滑水平面上有 A、B 两个小球,它们均向右在同一直线上运动,若它们在碰撞前的动量分别是 $p_A=12\text{kg}\cdot\text{m/s}$, $p_B=13\text{kg}\cdot\text{m/s}$ (向右为正方向),则碰撞后它们动量的变化量 Δp_A 及 Δp_B 有可能的是

- A. $\Delta p_A=4\text{kg}\cdot\text{m/s}$ $\Delta p_B=-4\text{kg}\cdot\text{m/s}$
B. $\Delta p_A=-3\text{kg}\cdot\text{m/s}$ $\Delta p_B=3\text{kg}\cdot\text{m/s}$
C. $\Delta p_A=-24\text{kg}\cdot\text{m/s}$ $\Delta p_B=24\text{kg}\cdot\text{m/s}$
D. $\Delta p_A=-5\text{kg}\cdot\text{m/s}$ $\Delta p_B=8\text{kg}\cdot\text{m/s}$

【解析】依题意: A、B 均向右运动,碰撞的条件是 A 的速度大于 B 的速度,碰撞时动量将由 A 向 B 传递, A 的动量将减少, B 的动量将增加,即 $\Delta p_A<0$, $\Delta p_B>0$,故 A 是错误的.根据动量守恒定律应有: $\Delta p_A=\Delta p_B$.所以 D 是错误的, C 选项中, A 球的动量从 $12\text{kg}\cdot\text{m/s}$ 变为 $-12\text{kg}\cdot\text{m/s}$,大小不变,因而它的动能不变,但 B 球动量增大到 $37\text{kg}\cdot\text{m/s}$,动能增大,说明碰撞后系统的动能增加,这不符合能量守恒定律.所以只有 B 选项正确.

五、微元法

一切宏观量都可被看成是由若干个微小的单元组成的.在整个物体运动的全过程中,这些微小单元是其时间、空间、物质的量的任意的且又具有代表性的一小部分.通过对这些微小单元的研究,我们常能发现物体运动的特征和规律.微元法就是基于这种思想研究问题的一种方法.

【例 8】真空中以速度 v 飞行的银原子持续打在器壁上产生的压强为 P ,设银原子打在器壁上后便吸附在器壁上,银的密度为 ρ .则器壁上银层厚度增加的速度 u 为多大?

【解析】银原子持续飞向器壁,打在器壁上吸附在器壁上速度变为 0,动量发生变化是器壁对银原子有冲量的结果.

设 Δt 时间内飞到器壁上面积为 S 的银原子的质量为 m ,银层增加的厚度为 x .

由动量定理 $F\Delta t=mv$.又 $m=\rho Sx$.

两式联立得 $F\Delta t=\rho Sxv$,整理变形得:

$$P=F/S=\rho Sxv/\Delta t=\rho vu.$$

所以: $u=P/\rho v$.

六、作图法

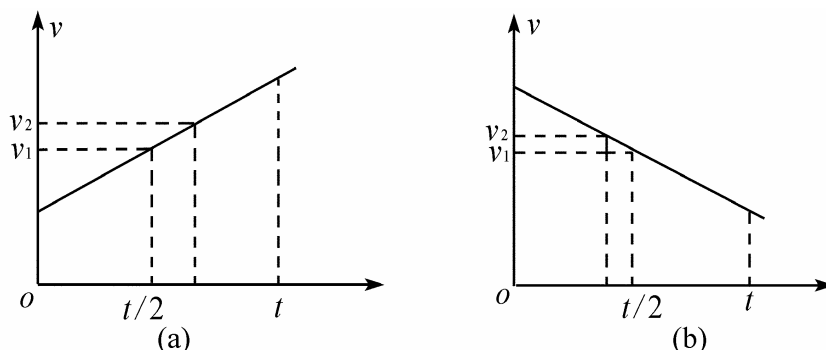
作图法就是通过作图来分析或求解某个物理量的大小及变化趋势的一种解题方法.通过作图来揭示物理过程、物理规律,具有直观形象、简单明了等优点.

【例 9】某物体做初速度不为 0 的匀变速直线运动,在时间 t 内通过的位移为 s ,设运动过程中间时刻的瞬时速度为 v_1 ,通过位移 s 中点的瞬间速度为 v_2 ,则

- A.若物体做匀加速直线运动,则 $v_1>v_2$
B.若物体做匀加速直线运动,则 $v_1<v_2$

- C.若物体做匀减速直线运动, 则 $v_1 > v_2$
 D.若物体做匀减速直线运动, 则 $v_1 < v_2$

【解析】初速度不为 0 的匀加速直线运动与匀减速运动的图像如图(a)、(b)所示,



在图(a)、(b)上分别作出中间时刻所对应的速度 v_1 , 根据图线下方所围的面积即为运动物体所通过的位移, 将梯形分为左右面积相等的两部分, 作出位移中点对应的速度 v_2 , 可见不论是匀加速运动还是匀减速运动, 都是 $v_1 < v_2$. 故本题答案应选 B、D.

物理专题二力与运动

思想方法提炼

一、对力的几点认识

1. 关于力的概念. 力是物体对物体的相互作用. 这一定义体现了力的物质性和相互性. 力是矢量.

2. 力的效果

(1) 力的静力学效应: 力能使物体发生形变.

(2) 力的动力学效应:

a. 瞬时效应: 使物体产生加速度 $F=ma$

b. 时间积累效应: 产生冲量 $I=Ft$, 使物体的动量发生变化 $Ft=\Delta p$

c. 空间积累效应: 做功 $W=Fs$, 使物体的动能发生变化 $\Delta E_k=W$

3. 物体受力分析的基本方法

(1) 确定研究对象 (隔离体、整体).

(2) 按照次序画受力图, 先主动力、后被动力, 先场力、后接触力.

(3) 只分析性质力, 不分析效果力, 合力与分力不能同时分析.

(4) 结合物体的运动状态: 是静止还是运动, 是直线运动还是曲线运动. 如物体做曲线运动时, 在某点所受合外力的方向一定指向轨迹弧线内侧的某个方向.

二、中学物理中常见的几种力

名称	产生原因	大小	方向特点
重力	地球吸引	$G=mg$	竖直向下
弹力	弹性形变	(1) 由力与运动的关系求解 (2) 弹簧的弹力 $F=kx$	(1) 过接触点垂直接触面 (2) 沿绳拉伸或收缩的方向
摩擦力	接触面粗糙且相互挤压的物体间有相对运动或相对运动趋势	(1) 滑动摩擦力 $f=\mu N$ (2) 静摩擦力 $0 \leq f \leq f_{max}$	与接触面相切, 与相对运动的方向或相对运动趋势的方向相反
电场力	电场对电荷的作用	$F=qE$	正电荷的受力方向与场强的方向相同; 负电荷相反.
安培力	磁场对电流的作用	$F=BI L$	左手定则
洛伦兹力	磁场对运动电荷的作用	$F=qvB$	左手定则

三、力和运动的关系

1. $F=0$ 时, 加速度 $a=0$. 静止或匀速直线运动

F 恒量: F 与 v 在一条直线上——匀变速直线运动

F 与 v 不在一条直线上——曲线运动 (如平抛运动)

2. 特殊力: F 大小恒定, 方向与 v 始终垂直——匀速圆周运动

$F=-kx$ ——简谐振动

四、基本理论与应用

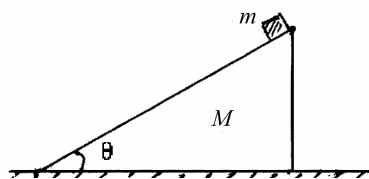
解题常用的理论主要有: 力的合成与分解、牛顿运动定律、匀变速直线运动规律、平抛运动的规律、圆周运动的规律等. 力与运动的关系研究的是宏观低速下物体的运动, 如各种交通运输工具、天体的运行、带电物体在电磁场中的运动等都属于其研究范畴, 是中学物理的重要内容, 是高考的重点和热点, 在高考试题中所占的比重非常大. 选择题、填空题、计算题等各种类型的试题都有, 且常与电场、磁场、动量守恒、功能部分等知识相结合.

感悟 · 渗透 · 应用

一、力与运动的关系

力与运动关系的习题通常分为两大类: 一类是已知物体的受力情况, 求解其运动情况; 另一类是已知物体的运动情况, 求解物体所受的未知力或与力有关的未知量. 在这两类问题中, 加速度 a 都起着桥梁的作用. 而对物体进行正确的受力和运动状态及运动过程分析是解决这类问题的突破口和关键.

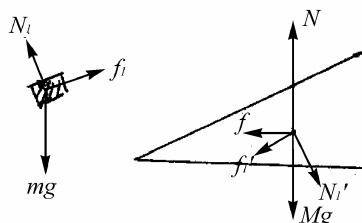
【例 1】如图所示, 质量 $M=10\text{kg}$ 的木楔静止于粗糙水平地面上, 木楔与地面间的动摩擦因数 $\mu=0.2$, 在木楔的倾角为 $\theta=30^\circ$ 的斜面上, 有一质量 $m=1.0\text{kg}$ 的物块由静止开始沿斜面下滑, 当滑行路程 $s=1.4\text{m}$ 时, 其速度 $v=1.4\text{m/s}$. 在这个过程中木楔处于静止状态. 求地面对木楔的摩擦力的大小和方向 (取 $g=10\text{m/s}^2$).



【解析】由于木楔没有动, 不能用公式 $f=\mu N$ 计算木楔受到的摩擦力, 题中所给出动摩擦因数的已知条件是多余的. 首先要判断物块沿斜面向下做匀加速直线运动, 由运动学公式 $v^2-v_0^2=2as$ 可得其加速度 $a=v^2/2s=0.7\text{m/s}^2$, 由于 $a < g\sin\theta=5\text{m/s}^2$, 可知物块受摩擦力作用, 物块和木楔的受力如图所示:

对物块, 由牛顿第二定律得:

$$\begin{aligned} mg\sin\theta - f_1 &= ma & f_1 &= 4.3\text{N} \\ mg\cos\theta - N_1 &= 0 & N_1 &= 5\sqrt{3}\text{N} \end{aligned}$$



对木楔，设地面对木楔的摩擦力如图所示，由平衡条件：

$$f = N' \sin\theta - f' \cos\theta = 0.61\text{N}$$

f 的结果为正值，说明所设的方向与图设方向相同。

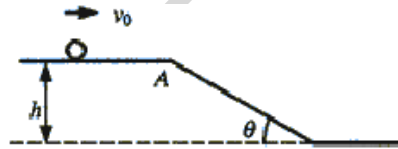
【解题回顾】物理习题的解答，重在物理规律的理解和运用，忌生拉硬套公式。对两个或两个以上的物体，理解物体间相互作用的规律，正确选取并转移研究对象，是解题的基本能力要求。本题也可以用整体法求解：对物块沿斜向下的加速度分解为水平方向 $a\cos\theta$ 和竖直方向 $a\sin\theta$ ，其水平方向上的加速度是木楔对木块作用力的水平分量产生的，根据力的相互作用规律，物块对木楔的水平方向的作用力也是 $ma\cos\theta$ ，再根据木楔静止的现象，由平衡条件，得地面对木楔的摩擦力一定是 $ma\cos\theta = 0.61\text{N}$ 。

【例 2】如图所示，一高度为 $h = 0.2\text{m}$ 的水平面在 A 点处与一倾角为 $\theta = 30^\circ$ 的斜面连接，一小球以 $v_0 = 5\text{m/s}$ 的速度在平面上向右运动。求小球从 A 点运动到地面所需的时间（平面与斜面均光滑，取 $g = 10\text{m/s}^2$ ）。某同学对此题的解法为：小球沿斜面运动，则

$$\frac{h}{\sin\theta} = v_0 t + \frac{1}{2} g \sin\theta \cdot t^2, \text{ 由此可求得落地的时间 } t.$$

问：你同意上述解法吗？若同意，求出所需的时间；若不同意，则说明理由并求出你认为正确的结果。

【解析】不同意。小球应在 A 点离开平面做平抛运动，而不是沿斜面下滑。正确做法为：落地点与 A 点的水平距离



$$s = v_0 t = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}} = 5 \times \sqrt{\frac{2 \times 0.2}{10}} = 1(\text{m}) \quad \text{①}$$

$$\text{斜面底宽 } l = h \cot\theta = 0.2 \times \sqrt{3} = 0.35(\text{m}) \quad \text{②} \quad s > l$$

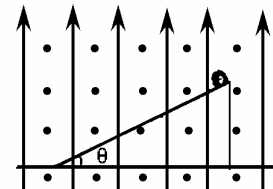
小球离开 A 点后不会落到斜面，因此落地时间即为平抛运动时间。

$$\therefore t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.2}{10}} = 0.2(\text{s}) \quad \text{③}$$

二、临界状态的求解

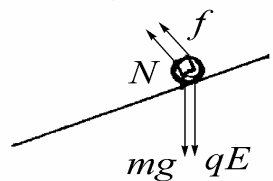
临界状态的问题经常和最大值、最小值联系在一起，它需要在给定的物理情境中求解某些物理量的上限或下限，有时它与数学上的极值问题相类似。但有些问题只能从物理概念、规律的约束来求解，研究处理这类问题的关键是：（1）要能分析出临界状态的由来。（2）要能抓住处于临界状态时物体的受力、运动状态的特征。

【例 3】如图所示，在相互垂直的匀强电场、磁场中，有一个倾角为 θ 且足够长的光滑绝缘斜面。磁感应强度为 B ，方向水平向外，电场强度的方向竖直向上。有一质量为 m ，带电量为 $+q$ 的小球静止在斜面顶端，这时小球对斜面的压力恰好为 0。若迅速把电场方向改为竖直向下时，小球能在斜面上连续滑行多远？所用时间是多少？



【解析】开始电场方向向上时小球受重力和电场力两个力作用， $mg = qE$ ，得电场强度 $E = mg/q$ 。

当电场方向向下，小球在斜面上运动时小球受力



如图, 在离开斜面之前小球垂直于斜面方向的加速度为 0.

$$mg\cos\theta + qE\cos\theta = Bqv + N,$$

$$\text{即 } 2mg\cos\theta = Bqv + N$$

随 v 的变大小球对斜面的压力 N 在变小, 当增大到某个值时压力为 0, 超过这个值后, 小球将离开斜面做曲线运动.

沿斜面方向小球受到的合力

$F = mg\sin\theta + qE\sin\theta = 2mg\sin\theta$ 为恒力, 所以小球在离开斜面前做匀加速直线运动 $a = F/m = 2g\sin\theta$.

$$\text{其临界条件是 } 2mg\cos\theta = Bqv,$$

$$\text{得即将离开斜面时的速度 } v = 2mg\cos\theta / Bq.$$

由运动学公式 $v^2 = 2as$,

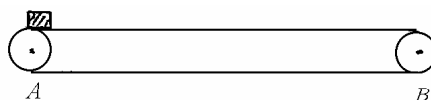
得到在斜面上滑行的距离为 $s = m^2g\cos^2\theta / (B^2q^2\sin\theta)$

再根据 $v = at$ 得运动时间: $t = v/a = mctan\theta / Bq$.

【解题回顾】 本题的关键有三点: (1) 正确理解各种力的特点, 如匀强电场中电场力是恒力, 洛伦兹力随速度而变化, 弹力是被动力等. (2) 分析出小球离开斜面时临界状态, 求出临界点的速度. (3) 掌握运动和力的关系, 判断出小球在离开斜面前做初速度为 0 的匀加速直线运动. 下滑距离的求解也可以用动能定理求解, 以加强对各种力的理解.

【例 4】 如图所示, 一平直的传送带以 $v = 2\text{m/s}$ 的速度匀速运行, 传送带把 A 处的工件运送到 B 处. A、B 相距 $L = 10\text{m}$. 从 A 处把工件无初速度地放到传送带上, 经过时间 $t = 6\text{s}$ 传送到 B 处, 欲用最短的

时间把工件从 A 处传送到 B 处, 求传送带的运行速度至少多大?



【解析】 A 物体无初速度放上传送带以后, 物体将在摩擦力作用下做匀加速运动, 因为 $L/t > v/2$, 这表明物体从 A 到 B 先做匀加速运动后做匀速运动.

设物体做匀加速运动的加速度为 a , 加速的时间为 t_1 , 相对地面通过的位移为 s , 则有 $v = at_1$, $s = at_1^2/2$, $s + v(t - t_1) = L$.

$$\text{数值代入得 } a = 1\text{m/s}^2$$

要使工件从 A 到 B 的时间最短, 须使物体始终做匀加速运动, 至 B 点时速度为运送时间最短所对应的皮带运行的最小速度.

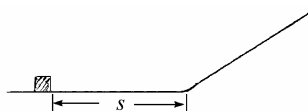
$$\text{由 } v^2 = 2aL, \quad v = \sqrt{2aL} = 2\sqrt{5}\text{m/s}$$

【解题回顾】 对力与运动关系的习题, 正确判断物体的运动过程至关重要. 工件在皮带上的运动可能是一直做匀加速运动、也可能是先匀加速运动后做匀速运动, 关键是要判断这一临界点是否会出现. 在求皮带运行速度的最小值时, 也可以用数学方法求解: 设皮带的速度为 v , 物体加速的时间为 t_1 , 匀速的时间为 t_2 , 则 $L = (v/2)t_1 + vt_2$, 而 $t_1 = v/a$, $t_2 = t - t_1$, 得 $t = L/v + v/2a$. 由于 L/v 与 $v/2a$ 的积为常数, 当两者相等时其积为最大值, 得 $v = \sqrt{2aL}$ 时 t 有最小值. 由此看出, 求物理极值, 可用数学方法, 也可以采用物理方法. 但一般而言, 用物理方法比较简明.

三、在生产、生活中的运用.

高考制度的改革, 不仅是考试形式的变化, 更是高考内容的全面革新, 其根本的核心是不仅要让学生掌握知识本身, 更要让学生知道这些知识能解决哪些实际问题, 因而新的高考试题十分强调对知识的实际应用的考查.

【例 5】 两个人要将质量 $M = 1000\text{kg}$ 的小车沿



一小型铁轨推上长 $L=5\text{m}$ ，高 $h=1\text{m}$ 的斜坡顶端，如图所示.已知车在任何情况下所受的摩擦阻力恒为车重的 0.12 倍，两人能发挥的最大推力各为 800N .在不允许使用别的工具的情况下，两人能否将车刚好推到坡顶？如果能，应如何办？（ g 取 10m/s^2 ）

【解析】由于推车沿斜坡向上运动时，车所受“阻力”大于两个人的推力之和.

$$\text{即 } f_1=Mgh/L+\mu Mg=3.2\times 10^3\text{N}>F=1600\text{N}$$

所以不能从静止开始直接沿斜面将小车推到坡顶.

但因小车在水平面所受阻力小于两人的推力之和，即 $f_2=\mu Mg=1200\text{N}<1600\text{N}$ 故可先在水平面上加速推一段距离后再上斜坡.小车在水平面的加速度为

$$a_1=(F-f_2)/M=0.4\text{m/s}^2$$

在斜坡上做匀减速运动，加速度为

$$a_2=(F-f_1)/M=-1.6\text{m/s}^2$$

设小车在水平面上运行的位移为 s 到达斜面底端的速度为 v .

$$\text{由运动学公式 } 2a_1s=v^2=-2a_2L$$

解得 $s=20\text{m}$.即两人先在水平面上推 20m 后，再推上斜坡，则刚好能把小车推到坡顶.

【解题回顾】本题的设问，只有经过深入思考，通过对物理情境的变换才能得以解决.由此可知，对联系实际应根据生活经验进行具体分析.不能机械地套用某种类型.这样才能切实有效地提高解题能力.另外，本题属半开放型试题，即没有提供具体的方法，需要同学自己想出办法，如果题中没有沿铁轨这一条件限制，还可以提出其他一些办法，如在斜面上沿斜线推等.

【例6】蹦床是运动员在一张绷紧的弹性网上蹦跳、翻滚并做各种空中动作的运动项目.一个质量为 60kg 的运动员，从离水平网面 3.2m 高处自由下落，着网后沿竖直方向蹦回到离水平网面 5.0m 高处.已知运动员与网接触的时间为 1.2s .若把在这段时间内网对运动员的作用力当作恒力处理，求此力的大小。（ $g=10\text{m/s}^2$ ）

【解析】将运动员看作质量为 m 的质点，从 h_1 高处下落，刚接触网时速度的大小

$$v_1=\sqrt{2gh_1} \quad (\text{向下})$$

弹跳后到达的高度为 h_2 ，刚离网时速度的大小

$$v_2=\sqrt{2gh_2} \quad (\text{向上})$$

速度的改变量

$$\Delta v=v_1+v_2 \quad (\text{向上})$$

以 a 表示加速度， Δt 表示接触时间，则

$$\Delta v=a\Delta t$$

接触过程中运动员受到向上的弹力 F 和向下的重力 mg 。由牛顿第二定律，

$$F-mg=ma$$

由以上五式解得，

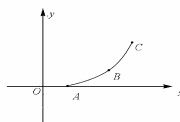
$$F=mg+m\frac{\sqrt{2gh_2}+\sqrt{2gh_1}}{\Delta t}$$

代入数值得

$$F=1.5\times 10^3 \text{ N}$$

四、曲线运动.

当物体受到的合力的方向与速度的方向不在一条直线上时，物体就要做曲线运动.中学物理能解决的曲线运动的习题主要有两种情形：一种是平抛运动，一种是圆周运动.平抛运动的问题重点是掌握力及运动的合成与分解.圆周运动的问题重点是向心力的来源和运动的规律.



【例 7】在光滑水平面上有一质量 $m=1.0 \times 10^{-3} \text{kg}$, 电量 $q=1.0 \times 10^{-10} \text{C}$ 的带正电小球, 静止在 O 点, 以 O 点为原点, 在该水平面内建立直角坐标系 Oxy, 如图所示. 现突然加一沿 x 轴正方向、场强大小为 $E=2.0 \times 10^6 \text{V/m}$ 的匀强电场, 使小球开始运动, 经过 1.0s, 所加电场突然变为沿 y 轴正方向, 场强大小仍为 $E=2.0 \times 10^6 \text{V/m}$ 的匀强电场, 再经过 1.0s 所加电场又突然变为另一个匀强电场. 使小球在此电场作用下经 1.0s 速度变为 0. 求速度为 0 时小球的位置.

【解析】由牛顿定律可知小球在水平面上的加速度

$$a=qE/m=0.20\text{m/s}^2.$$

当场强沿 x 轴正方向时, 经 1.0s 小球的速度大小为 $v_x=at=0.20 \times 1.0=0.20\text{m/s}$ (方向沿 x 轴方向)

小球沿 x 轴方向移动的距离为 $\Delta x_1=at^2/2=0.10\text{m}$.

在第 2s 内, 电场方向 y 轴正方向, x 方向不再受力,

所以第 2s 内小球在 x 方向做匀速运动, 在 y 方向做初速度为 0 的匀加速直线运动 (类似平抛运动)

沿 y 方向的距离: $\Delta y=at^2/2=0.10\text{m}$.

沿 x 方向的距离: $\Delta x_2=v_x t=0.2 \times 1.0=0.20\text{m}$.

第 2s 末在 y 方向分速度为:

$$v_y=at=0.20 \times 1.0=0.20\text{m/s}$$

由上可知, 此时小球运动方向与 x 轴成 45° 角, 要使小球速度变为 0, 则在第 3s 内所加电场方向必须与此方向相反, 即指向第三象限, 与 x 轴成 225° 角.

在第 3s 内, 设在电场作用下小球加速度的 x 分量和 y 方向分量分别为 a_x 、 a_y , 则

$$a_x=v_x/t=0.2\text{m/s}^2,$$

$$a_y=v_y/t=0.20\text{m/s}^2;$$

在第 3s 末, 小球到达的位置坐标为

$$x_3=\Delta x_1+\Delta x_2+v_x t-a_x t^2/2=0.40\text{m},$$

$$y_3=\Delta y+v_y t-a_y t^2/2=0.20\text{m}.$$

【解题回顾】学好物理要有一定的空间想像力, 要分析、想像物体的运动状态和运动轨迹. 作图可以化抽象为具体, 提高解题成功率. 本题小球的运动情景如图.

【例 8】如图所示, 有一质量为 m 的小球 P 与穿过光滑水平板上小孔 O 的轻绳相连, 用手拉着绳子另一端, 使小球在水平板上绕 O 点做半径为 a 、角速度为 ω 的匀速圆周运动.

求: (1) 此时绳上的拉力有多大?

(2) 若将绳子从此状态迅速放松, 后又拉直, 使小球绕 O 做半径为 b 的匀速圆周运动. 从放松到拉直这段过程经历了多长时间?

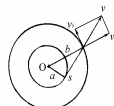
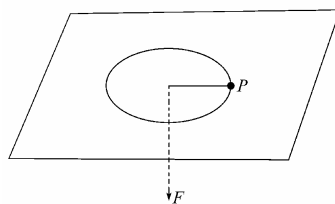
(3) 小球做半径为 b 的匀速圆周运动时, 绳子上的拉力又是多大?

【解析】(1) 绳子上的拉力提供小球做匀速圆周运动的向心力, 故有: $F=m\omega^2 a$

(2) 松手后绳子上的拉力消失, 小球将从松手时的位置沿圆周的切线方向, 在光滑的水平面上做匀速直线运动. 当绳在水平板上长为 b 时, 绳又被拉紧. 在这段匀速直线运动的过程中小球运动的距离为

$$s=\sqrt{b^2-a^2},$$

如图所示



$$\text{故 } t=s/v=\frac{\sqrt{b^2-a^2}}{\omega a}$$

(3) 将刚拉紧绳时的速度分解为沿绳子的分量和垂直于绳子的分量.在绳被拉紧的短暂过程中,球损失了沿绳的分速度,保留着垂直于绳的分速度做匀速圆周运动.被保留的速度的大小为:

$$v_1=va/b=\omega a^2/b.$$

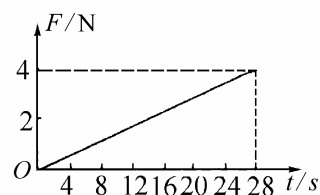
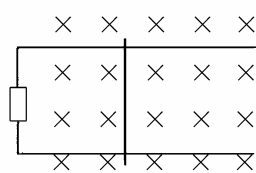
所以绳子后来的拉力为:

$$F' =mv^2_1/b=m\omega^2 a^4/b^3.$$

【解题回顾】此题难在第3问,注意物体运动过程中的突变点,理解公式 $F=mv^2/R$ 中的 v 是垂直于半径、沿切线方向的速度.

五、图像的运用

【例9】如图所示,一对平行光滑轨道设置在水平面上,两轨道间距 $L=0.20\text{m}$,电阻 $R=1.0\Omega$; 有一导体杆静止地放在轨道上,与两轨道垂直,杆及轨道的电阻皆可忽略不计,



整个装置处于磁感应强度 $B=0.5\text{T}$ 的匀强磁场中,磁场方向垂直轨道向下,现用一外力 F 沿轨道方向拉杆,使之做匀加速运动,测得力 F 与时间 t 的关系如图所示.求杆的质量 m 和加速度 a

【解析】物体做匀加速运动的条件是合外力不变.导体杆运动过程中受拉力和安培力两个力作用,因安培力随着速度增加电流变大而变大,所以拉力随着时间而变化.

设杆的质量为 m , 加速度为 a , 则由运动学公式 $v=at$,

感应电动势 $E=BLv$, 感应电流 $I=E/R$,

安培力 $f=BIL$,

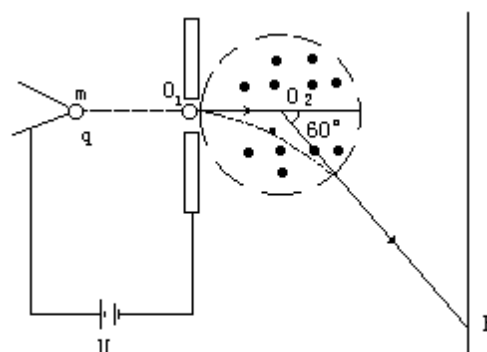
由牛顿第二定律 $F-f=ma$,

整理得 $F=ma+B^2L^2at/R$,

在图线上取两点代入后可得 $a=10\text{m/s}^2$ $m=0.1\text{kg}$.

练习题

如图所示,离子源从某小孔发射出量 $q=1.6\times 10^{-10}\text{C}$ 的正离子(初速度计),在加速电压 $U=1000\text{V}$ 作用下 O_1O_2 方向进入匀强磁场中.磁场限以 O_2 为圆心半径为 $R_0=2.64\text{cm}$ 的区内,磁感强度大小 B 为 0.10T ,方向纸面向外,正离子沿偏离 O_1O_2 为角的方向从磁场中射出,打在屏上点,计算:



带电
不
沿
制
在
域
垂
直
 60°
的
P

(1)正离子质量 m .

(2)正离子通过磁场所需要的时间 t .

解

$$(1) qv = \frac{1}{2}mv^2 \quad ①$$

$$qBv = \frac{mv^2}{R} \quad ②$$

由图可见

$$R = R_0 \cdot \cot 30^\circ$$

③

由①、②、③式得

$$m = \frac{3qB^2R_0^2}{2v}$$

$$= 1.67 \times 10^{-27} (\text{kg})$$

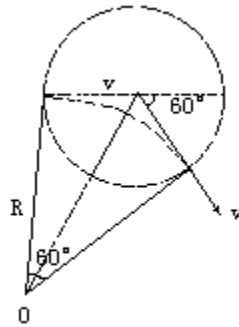
(2) 由图所示, 离子飞出磁场, 偏转 60° 角, 故在磁场中飞

行时间为 $\frac{T}{6}$, 即

$$t = \frac{T}{6}$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}$$

$$\therefore t = \frac{\pi m}{3qB} = 1.10 \times 10^{-7} (\text{s})$$



物理专题三动量与能量

思想方法提炼

牛顿运动定律与动量观点和能量观点通常称作解决问题的三把金钥匙. 其实它们是从三个不同的角度来研究力与运动的关系. 解决力学问题时, 选用不同的方法, 处理问题的难易、繁简程度可能有很大差别, 但在很多情况下, 要三把钥匙结合起来使用, 就能快速有效地解决问题.

一、能量

1. 概述

能量是状态量, 不同的状态有不同的数值的能量, 能量的变化是通过做功或热传递两种方式来实现的, 力学中功是能量转化的量度, 热学中功和热量是内能变化的量度.

高中物理在力学、热学、电磁学、光学和原子物理等各分支学科中涉及到许多形式的能, 如动能、势能、电能、内能、核能, 这些形式的能可以相互转化, 并且遵循能量转化和守恒定律, 能量是贯穿于中学物理教材的一条主线, 是分析和解决物理问题的主要依据. 在每年的高考物理试卷中都会出现考查能量的问题. 并时常发现“压轴题”就是能量试题.

2. 能的转化和守恒定律在各分支学科中表达式

(1) $W_{\text{合}} = \Delta E_k$ 包括重力、弹簧弹力、电场力等各种力在内的所有外力对物体做的总功, 等

于物体动能的变化。(动能定理)

(2) $W_F = \Delta E$ 除重力以外有其它外力对物体做功等于物体机械能的变化。(功能原理)

注：(1)物体的内能(所有分子热运动动能和分子势能的总和)、电势能不属于机械能

(2) $W_F = 0$ 时，机械能守恒，通过重力做功实现动能和重力势能的相互转化。(3) $W_G = -\Delta E_p$ 重力做正功，重力势能减小；重力做负功，重力势能增加。重力势能变化只与重力做功有关，与其他做功情况无关。

(4) $W_{电} = -\Delta E_p$ 电场力做正功，电势能减小；电场力做负功，电势能增加。在只有重力、电场力做功的系统内，系统的动能、重力势能、电势能间发生相互转化，但总和保持不变。

注：在电磁感应现象中，克服安培力做功等于回路中产生的电能，电能再通过电路转化为其他形式的能。

(5) $W + Q = \Delta E$ 物体内能的变化等于物体与外界之间功和热传递的和(热力学第一定律)。

(6) $mv_0^2/2 = h\nu - W$ 光电子的最大初动能等于入射光子的能量和该金属的逸出功之差。

(7) $\Delta E = \Delta mc^2$ 在核反应中，发生质量亏损，即有能量释放出来。(可以以粒子的动能、光子等形式向外释放)

动量与能量的关系

1. 动量与动能

动量和能量都与物体的某一运动状态相对应，都与物体的质量和速度有关。但它们存在明显的不同：动量的大小与速度成正比 $p = mv$ ；动能的大小与速度的平方成正比 $E_k = mv^2/2$

两者的关系： $p^2 = 2mE_k$

动量是矢量而动能是标量。物体的动量发生变化时，动能不一定变化；但物体的动能一旦发生变化，则动量必发生变化。

2. 动量定理与动能定理

动量定理：物体动量的变化量等于物体所受合外力的冲量。 $\Delta p = I$ ，冲量 $I = Ft$ 是力对时间的积累效应

动能定理：物体动能的变化量等于外力对物体所做的功。 $\Delta E_k = W$ ，功 $W = Fs$ 是力对空间的积累效应。

3. 动量守恒定律与机械能守恒定律

动量守恒定律与机械能守恒定律所研究的对象都是相互作用的物体系统，(在研究某个物体与地球组成的系统的机械能守恒时，通常不考虑地球的影响)，且研究的都是某一物理过程。动量守恒定律的内容是：一个系统不受外力或者所受外力之和为 0，这个系统的总动量保持不变；机械能守恒定律的内容是：在只有重力和弹簧弹力做功的情形下，系统机械能的总量保持不变

运用动量守恒定律值得注意的两点是：(1)严格符合动量守恒条件的系统是难以找到的。如：在空中爆炸或碰撞的物体受重力作用，在地面上碰撞的物体受摩擦力作用，但由于系统间相互作用的内力远大于外界对系统的作用，所以在作用前后的瞬间系统的动量可认为基本上是守恒的。(2)即使系统所受的外力不为 0，但沿某个方向的合外力为 0，则系统沿该方向的动量是守恒的。

动量守恒定律的适应范围广，不但适应常见物体的碰撞、爆炸等现象，也适应天体碰撞、原子的裂变，动量守恒与机械能守恒相结合的综合的试题在高考中多次出现，是高考的热点内容。

【例 1】如图所示，滑块 A、B 的质量分别为 m_1 与 m_2 ， $m_1 < m_2$ ，由轻质弹簧相连接置于水平的气垫导轨上，用一轻绳把两滑块拉至最近，使弹簧处于最大压缩状态后绑紧。两滑块一起以恒定的



速率 v_0 向右滑动.突然轻绳断开.当弹簧伸至本身的自然长度时, 滑块 A 的速度正好为 0.求:

(1)绳断开到第一次恢复自然长度的过程中弹簧释放的弹性势能 E_p ;

(2)在以后的运动过程中, 滑块 B 是否有速度为 0 的时刻?试通过定量分析证明你的结论.

【解析】(1)当弹簧处压缩状态时, 系统的机械能等于两滑块的动能和弹簧的弹性势能之和, 当弹簧伸长到自然长度时, 弹性势能为 0, 因这时滑块 A 的速度为 0, 故系统的机械能等于滑块 B 的动能.设这时滑块 B 的速度为 v , 则有 $E=m_2v^2/2$.

因系统所受外力为 0, 由动量守恒定律

$$(m_1+m_2)v_0=m_2v.$$

$$\text{解得 } E=(m_1+m_2)^2v_0^2/(2m_2).$$

由于只有弹簧的弹力做功, 系统的机械能守恒

$$(m_1+m_2)v_0^2/2+E_p=E.$$

$$\text{解得 } E_p=(m_1-m_2)(m_1+m_2)v_0^2/2m_2.$$

(2)假设在以后的运动中滑块 B 可以出现速度为 0 的时刻, 并设此时 A 的速度为 v_1 , 弹簧的弹性势能为 E'_p , 由机械能守恒定律得

$$m_1v_1^2/2+E'_p=(m_1+m_2)v_0^2/2m_2.$$

根据动量守恒得 $(m_1+m_2)v_0=m_1v_1$,

求出 v_1 代入上式得:

$$(m_1+m_2)^2v_0^2/2m_1+E'_p=(m_1+m_2)^2v_0^2/2m_2.$$

因为 $E'_p \geq 0$, 故得:

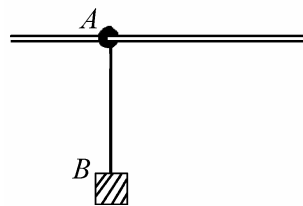
$$(m_1+m_2)^2v_0^2/2m_1 \leq (m_1+m_2)^2v_0^2/2m_2$$

即 $m_1 \geq m_2$, 这与已知条件中 $m_1 < m_2$ 不符.

可见在以后的运动中不可能出现滑块 B 的速度为 0 的情况.

【解题回顾】“假设法”解题的特点是: 先对某个结论提出可能的假设.再利用已知的规律知识对该假设进行剖析, 其结论若符合题目的要求, 则原假设成立.“假设法”是科学探索常用的方法之一.在当前, 高考突出能力考察的形势下, 加强证明题的训练很有必要.

【例 2】如图所示, 质量为 m 的有孔物体 A 套在光滑的水平杆上, 在 A 下面用细绳挂一质量为 M 的物体 B, 若 A 固定不动, 给 B 一水平冲量 I , B 恰能上升到使绳水平的位置.当 A 不固定时, 要使 B 物体上升到使绳水平的位置, 则给它的水平冲量至少多大?



【解析】当 A 固定不动时, B 受到冲量后以 A 为圆心做圆周运动, 只有重力做功, 机械能守恒.在水平位置时 B 的重力势能应等于其在最低位置时获得的动能 $Mgh=E_k=p^2/2M=I^2/2M$.

若 A 不固定, B 向上摆动时 A 也要向右运动, 当 B 恰能摆到水平位置时, 它们具有相同的水平速度, 把 A、B 看成一个系统, 此系统除重力外, 其他力不做功, 机械能守恒.又在水平方向上系统不受外力作用, 所以系统在水平方向上动量守恒, 设 M 在最低点得到的速度为 v_0 , 到水平位置时的速度为 v .

$$Mv_0=(M+m)v.$$

$$Mv_0^2/2=(M+m)v^2/2+Mgh.$$

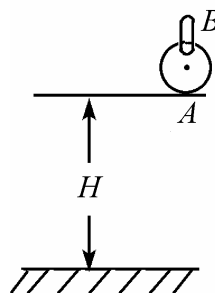
$$I' =Mv_0.$$

$$I' = I\sqrt{\frac{M+m}{m}}$$

【解题回顾】此题重要的是在理解 A 不固定, B 恰能上升到使绳水平的位置时, 其竖直方向的分速度为 0, 只有水平速度这个临界点. 另外 B 上升时也不再是做圆周运动, 此时绳的拉力对 B 做功(请同学们思考一下, 绳的拉力对 B 做正功还是负功), 有兴趣的同学还可以分析一下系统以后的运动情况.

【例 3】下面是一个物理演示实验, 它显示:

图中下落的物体 A、B 经反弹后, B 能上升到比初始位置高的地方. A 是某种材料做成的实心球, 质量 $m_1=0.28\text{kg}$, 在其顶部的凹坑中插着质量 $m_2=0.1\text{kg}$ 的木棍 B. B 只是松松地插在凹坑中, 其下端与坑底之间有小间隙. 将此装置从 A 的下端离地板的高度 $H=1.25\text{m}$ 处由静止释放. 实验中, A 触地后在极短的时间内反弹, 且其速度大小不变; 接着木棍 B 脱离球 A 开始上升, 而球 A 恰好停留在地板上, 求木棍 B 上升的高度. 重力加速度 ($g=10\text{m/s}^2$)



【解析】根据题意, A 碰地板后, 反弹速度的大小等于它下落到地面时的速度的大小, 由机械能守恒得

$$(m_1+m_2)gH=(m_1+m_2)v^2/2, \quad v_1=\sqrt{2gH}.$$

A 刚反弹时速度向上, 立刻与下落的 B 碰撞, 碰前 B 的速度 $v_2=\sqrt{2gH}$

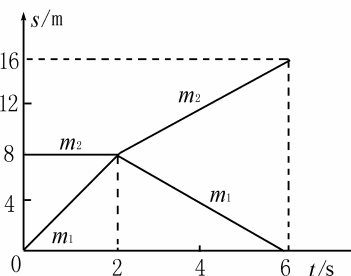
由题意, 碰后 A 速度为 0, 以 v_2 表示 B 上升的速度,

$$\text{根据动量守恒 } m_1v_1-m_2v_2=m_2v'_2.$$

令 h 表示 B 上升的高度, 有 $m_2v'^2_2/2=m_2gh$,

由以上各式并代入数据得: $h=4.05\text{m}$.

【例 4】质量分别为 m_1 、 m_2 的小球在一直线上做弹性碰撞, 它们在碰撞前后的位移—时间图像如图所示, 若 $m_1=1\text{kg}$, m_2 的质量等于多少?



【解析】从位移—时间图像上可看出: m_1 和 m_2

于 $t=2\text{s}$ 时在位移等于 8m 处碰撞, 碰前 m_2 的速度为 0, m_1 的速度 $v_0=\Delta s/\Delta t=4\text{m/s}$

碰撞后, m_1 的速度 $v_1=-2\text{m/s}$,

m_2 的速度 $v_2=2\text{m/s}$,

由动量守恒定律得 $m_1v_0=m_1v_1+m_2v_2$,

$$m_2=3\text{kg}.$$

【解题回顾】这是一道有关图像应用的题型, 关键是理解每段图线所对应的两个物理量: 位移随时间的变化规律, 求出各物体碰撞前后的速度. 不要把运动图像同运动轨迹混为一谈.

【例 5】云室处在磁感应强度为 B 的匀强磁场中, 一质量为 M 的静止的原子核在云室中发生一次 α 衰变, α 粒子的质量为 m, 电量为 q, 其运动轨迹在与磁场垂直的平面内. 现测得 α 粒子运动的轨道半径为 R, 试求在衰变过程中的质量亏损.(注: 涉及动量问题时, 亏损的质量可忽略不计)

【解析】 α 粒子在磁场中做圆周运动的向心力是洛伦兹力, 设 α 粒子的运动速度为 v, 由牛顿第二定律得 $qvB=mv^2/R$.

衰变过程中, 粒子与剩余核发生相互作用, 设衰变后剩余核的速度为 v' , 衰变过程中动

量守恒 $(M-m)v' = mv$.

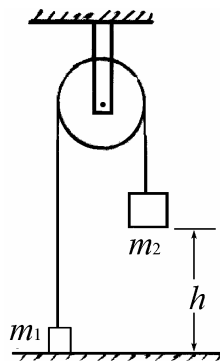
α 粒子与剩余核的动能来源于衰变过程中亏损的质量, 有

$$\Delta m \cdot c^2 = (M-m)v'^2/2 + mv^2/2.$$

解得: $\Delta m = M(qBR)^2/[2c^2m(M-m)]$.

【解题回顾】此题知识跨度大, 综合性强, 将基础理论与现代物理相结合. 考查了圆周运动、洛伦兹力、动量守恒、核裂变、能量守恒等知识. 这类题型需注意加强.

【例 6】如图所示, 一轻绳穿过光滑的定滑轮, 两端各拴有一小物块. 它们的质量分别为 m_1 、 m_2 , 已知 $m_2 = 3m_1$, 起始时 m_1 放在地上, m_2 离地面的高度 $h = 1.0\text{m}$, 绳子处于拉直状态, 然后放手. 设物块与地面相碰时完全没有弹起(地面为水平沙地), 绳不可伸长, 绳中各处拉力均相同, 在突然提起物块时绳的速度与物块的速度相同, 试求 m_2 所走的全部路程(取 3 位有效数字)



【解析】因 $m_2 > m_1$, 放手后 m_2 将下降, 直至落地.

由机械能守恒定律得

$$m_2gh - m_1gh = (m_1 + m_2)v^2/2.$$

m_2 与地面碰后静止, 绳松弛, m_1 以速度 v 上升至最高点处再下降.

当降至 h 时绳被绷紧.

根据动量守恒定律可得: $m_1v = (m_1 + m_2)v_1$

由于 m_1 通过绳子与 m_2 作用及 m_2 与地面碰撞的过程中都损失了能量, 故 m_2 不可能再升到 h 处, m_1 也不可能落回地面. 设 m_2 再次达到的高度为 h_1 , m_1 则从开始绷紧时的高度 h 处下降了 h_1 . 由机械能守恒

$$(m_1 + m_2)v_1^2/2 + m_1gh_1 = m_2gh_1$$

由以上 3 式联立可解得

$$h_1 = m_1^2h / (m_1 + m_2)^2 = [m_1 / (m_1 + m_2)]^2 h$$

此后 m_2 又从 h_1 高处落下, 类似前面的过程. 设 m_2 第二次达到的最高点为 h_2 , 仿照上一过程可推得

$$h_2 = m_1^2h_1 / (m_1 + m_2)^2 = m_1^4h / (m_1 + m_2)^4 = [m_1 / (m_1 + m_2)]^4 h$$

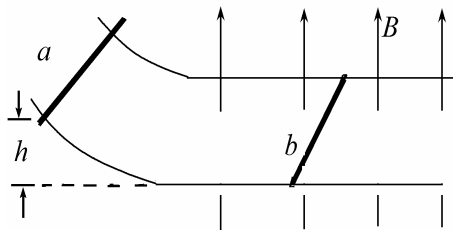
由此类推, 得: $h_3 = m_1^6h / (m_1 + m_2)^6 = [m_1 / (m_1 + m_2)]^6 h$

所以通过的总路程

$$\begin{aligned} s &= h + 2h_1 + 2h_2 + 2h_3 + \dots \\ &= 2h \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^4 + \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^6 + \dots \right] \\ &= 2h \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{1}{4} \right)^2 + \left(\frac{1}{4} \right)^4 + \left(\frac{1}{4} \right)^6 + \dots \right] \\ &= 2h \times 0.567 \approx 1.13m \end{aligned}$$

【解题回顾】这是一道难度较大的习题. 除了在数学处理方面遇到困难外, 主要的原因还是出在对两个物块运动的情况没有分析清楚. 本题作为动量守恒与机械能守恒定律应用的一种特例, 应加强记忆和理解.

【例 7】如图所示, 金属杆 a 从离地 h 高处由静止开始沿光滑平行的弧形轨道下滑, 轨道的水平部分有竖直向上的匀强磁场 B , 水平轨道上原来



放有一金属杆 b, 已知 a 杆的质量为 m_a , 且与杆 b 的质量之比为 $m_a : m_b = 3 : 4$, 水平轨道足够长, 不计摩擦, 求:

- (1) a 和 b 的最终速度分别是多大?
- (2) 整个过程中回路释放的电能是多少?
- (3) 若已知 a、b 杆的电阻之比 $R_a : R_b = 3 : 4$, 其余部分的电阻不计, 整个过程中杆 a、b 上产生的热量分别是多少?

【解析】(1) a 下滑过程中机械能守恒

$$m_a gh = m_a v_0^2 / 2$$

a 进入磁场后, 回路中产生感应电流, a、b 都受安培力作用, a 做减速运动, b 做加速运动, 经过一段时间, a、b 速度达到相同, 之后回路的磁通量不发生变化, 感应电流为 0, 安培力为 0, 二者匀速运动. 匀速运动的速度即为 a、b 的最终速度, 设为 v. 由于所组成的系统所受合外力为 0, 故系统的动量守恒

$$m_a v_0 = (m_a + m_b) v$$

由以上两式解得最终速度

$$v_a = v_b = v = \frac{3}{7} \sqrt{2gh}$$

(2) 由能量守恒得知, 回路中产生的电能应等于 a、b 系统机械能的损失, 所以

$$E = m_a gh - (m_a + m_b) v^2 / 2 = 4m_a gh / 7$$

(3) 由能的守恒与转化定律, 回路中产生的热量应等于回路中释放的电能等于系统损失的机械能, 即 $Q_a + Q_b = E$. 在回路中产生电能的过程中, 电流不恒定, 但由于 R_a 与 R_b 串联, 通过的电流总是相等的, 所以应有

$$\frac{Q_a}{Q_b} = \frac{I^2 R_a t}{I^2 R_b t} = \frac{R_a}{R_b} = \frac{3}{4}$$

所以

$$Q_a = \frac{3}{7} E = \frac{12}{49} m_a gh$$

$$Q_b = \frac{4}{7} E = \frac{16}{49} m_a gh$$

【例 8】连同装备质量 $M = 100 \text{ kg}$ 的宇航员离飞船 45m 处与飞船相对静止, 他带有一个装有 $m = 0.5 \text{ kg}$ 的氧气贮筒, 其喷嘴可以使氧气以 $v = 50 \text{ m/s}$ 的速度在极短的时间内相对宇航员自身喷出. 他要返回时, 必须向相反的方向释放氧气, 同时还要留一部分氧气供返回途中呼吸. 设他的耗氧率 R 是 $2.5 \times 10^{-4} \text{ kg/s}$, 问: 要最大限度地节省氧气, 并安全返回飞船, 所用掉的氧气是多少?

【解析】设喷出氧气的质量为 m' 后, 飞船获得的速度为 v' , 喷气的过程中满足动量守恒定律, 有:

$$0 = (M - m') v' + m' (-v + v')$$

$$\text{得 } v' = m' v / M$$

宇航员即以 v' 匀速靠近飞船, 到达飞船所需的时间

$$t = s / v' = Ms / m' v$$

这段时间内耗氧 $m'' = Rt$

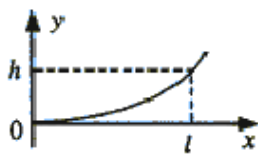
$$\text{故其用掉氧气 } m' + m'' = 2.25 \times 10^{-2} / m' + m'$$

因为 $(2.25 \times 10^{-2}/m') \times m' = 2.5 \times 10^{-2}$ 为常数,

所以当 $2.25 \times 10^{-2}/m' = m'$, 即 $m' = 0.15\text{kg}$ 时用掉氧气最少, 共用掉氧气是 $m' + m'' = 0.3\text{kg}$.

【解题回顾】(1)动量守恒定律中的各个速度应统一对应于某一惯性参照系, 在本题中, 飞船沿圆轨道运动, 不是惯性参照系.但是, 在一段很短的圆弧上, 可以视飞船做匀速直线运动, 是惯性参照系.(2)此题中氧气的速度是相对宇航员而不是飞船, 因此, 列动量守恒的表达式时, 要注意速度的相对性, 这里很容易出错误.(3)要注意数学知识在物理上的运用.

【例 9】质量为 m 的飞机以水平速度 v_0 飞离跑道后逐渐上升, 若飞机在此过程中水平速度保持不变, 同时受到重力和竖直向上的恒定升力(该其它力的合力提供, 不含重力). 今测得当飞机在水平方移为 l 时, 它的上升高度为 h , 求: (1) 飞机受到的升力大小; (2) 从起飞到上升至 h 高度的过程中升力所作的功及在飞机的动能.



升力由
向的位
力大小;
高度 h 处

【解析】飞机水平速度不变 $l = v_0 t$ ① y 方向加速度恒定 $h = \frac{1}{2} a t^2$ ②

$$\text{消去 } t \text{ 即得 } a = \frac{2h}{l^2} v_0^2 \quad \text{③}$$

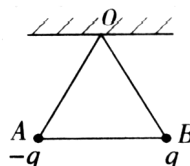
$$\text{由牛顿第二定律 } F = mg + ma = mg(1 + \frac{2h}{gl^2} v_0^2) \quad \text{④}$$

$$(2) \text{ 升力做功 } W = Fh = mgh(1 + \frac{2h}{gl^2} v_0^2) \quad \text{⑤}$$

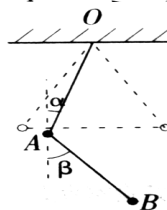
$$\text{在 } h \text{ 处 } v_t = at = \sqrt{2ah} = \frac{2hv_0}{l} \quad \text{⑥}$$

$$\therefore E_k = \frac{1}{2} m(v_0^2 + v_t^2) = \frac{1}{2} m v_0^2 (1 + \frac{4h^2}{l^2}) \quad \text{⑦}$$

【例10】有三根长度皆为 $l=1.00\text{m}$ 的不可伸长的绝缘轻线, 其中两根的一端固定在天花板上的 O 点, 另一端分别拴有质量皆为 $m=1.00 \times 10^{-2}\text{kg}$ 的带电小球 A 和 B , 它们的电量分别为 $-q$ 和 $+q$, $q=1.00 \times 10^{-7}\text{C}$. A 、 B 之间用第三根线连接起来. 空间中存在大小为 $E=1.00 \times 10^6\text{N/C}$ 的匀强电场, 场强平向右, 平衡时 A 、 B 球的位置如图所示. 现将 O 、 B 之间断, 由于有空气阻力, A 、 B 球最后会达到新的平衡位置. 求的机械能与电势能的总和与烧断前相比改变了多少. (不计两间相互作用的静电力)



线连接起
方向沿水
的线烧
最后两球
带电小球



烧断后重
竖直方向
平向左;
方向如

图 1

【解析】图1中虚线表示 A 、 B 球原来的平衡位置, 实线表示新达到平衡的位置, 其中 α 、 β 分别表示细线加 OA 、 AB 与的夹角.

A 球受力如图2所示: 重力 mg 竖直向下; 电场力 qE 水细线 OA 对 A 的拉力 T_1 , 方向如图; 细线 AB 对 A 的拉力 T_2 , 图. 由平衡条件

$$T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = qE$$

$$T_1 \cos \alpha = mg + T_2 \cos \beta$$

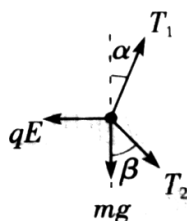


图 2

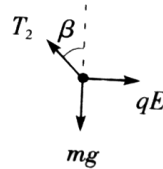


图 3

B 球受力如图3所示：重力 mg 竖直向下；电场力 qE 水平向右；细线 AB 对 B 的拉力 T_2 ，方向如图。由平衡条件

$$T_2 \sin \beta = qE$$

$$T_2 \cos \beta = mg$$

联立以上各式并代入数据，得

$$\alpha = 0$$

$$\beta = 45^\circ$$

由此可知， A 、 B 球重新达到平衡的位置如图4所示。与原来位置相比， A 球的重力势能减少了

$$E_A = mgl(1 - \sin 60^\circ)$$

B 球的重力势能减少了

$$E_B = mgl(1 - \sin 60^\circ + \cos 45^\circ)$$

A 球的电势能增加了

$$W_A = qEl \cos 60^\circ$$

B 球的电势能减少了

$$W_B = qEl(\sin 45^\circ - \sin 30^\circ)$$

两种势能总和减少了

$$W = W_B - W_A + E_A + E_B$$

代入数据解得

$$W = 6.8 \times 10^{-2} \text{ J}$$

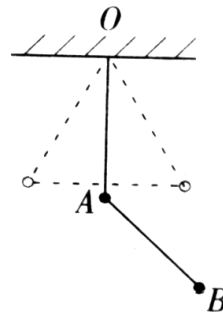
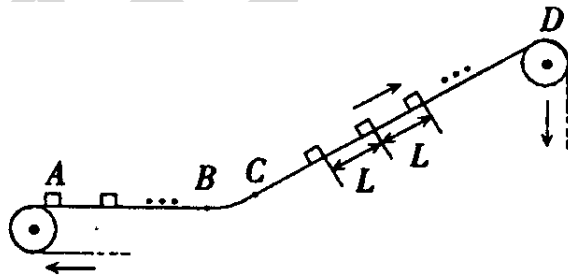


图 4

【例 11】一传送带装置示意如图，其中传送带经过 AB 区域时是水平的，经过 BC 区域时变为圆弧形（圆弧由光滑模板形成，未画出），经过 CD 区域时是倾斜的， AB 和 CD 都与 BC 相切。现将大质量均为 m 的小货箱一个一个在放到传送带上，放置时初速为零，送带运送到 D 处， D 和 A 的高度差为 h 。稳定工作时传送带速度不变，段上各箱等距排列，相邻两箱的距离为 L 。每个箱子在 A 处投放后，在到达 B 之前已经相对于传送带静止，且以后也不再滑动（忽略经 BC 段时的微小滑动）。已知在一段相当长的时间 T 内，共运送小货箱的数目为 N 。这装置由电动机带动，传送带与轮子间无相对滑动，不计轮轴处的摩擦。求电动机的平均输出功率 \bar{P} 。



【解析】以地面为参考系（下同），设传送带的运动速度为 v_0 ，在水平段运输的过程中，小货箱先在滑动摩擦力作用下做匀加速运动，设这段路程为 s ，所用时间为 t ，加速度为 a ，则对小箱有

$$s = 1/2at^2 \quad \text{①}$$

$$v_0 = at \quad \text{②}$$

在这段时间内，传送带运动的路程为

$$s_0 = v_0t \quad \text{③}$$

由以上可得

$$s_0 = 2s \quad \text{④}$$

用 f 表示小箱与传送带之间的滑动摩擦力，则传送带对小箱做功为

$$A = fs = 1/2mv_0^2 \quad (5)$$

传送带克服小箱对它的摩擦力做功

$$A_0 = fs_0 = 2 \cdot 1/2mv_0^2 \quad (6)$$

两者之差就是克服摩擦力做功发出的热量

$$Q = 1/2mv_0^2 \quad (7)$$

可见，在小箱加速运动过程中，小箱获得的动能与发热量相等。

T 时间内，电动机输出的功为

$$W = \bar{P} T \quad (8)$$

此功用于增加小箱的动能、势能以及克服摩擦力发热，即

$$W = 1/2Nm v_0^2 + Nmgh + NQ \quad (9)$$

已知相邻两小箱的距离为 L ，所以

$$v_0 T = NL \quad (10)$$

联立(7)(8)(9)(10)，得

$$\bar{P} = \frac{Nm}{T} \left[\frac{N^2 L^2}{T^2} + gh \right]$$

物理专题四带电粒子在场中的运动

思想方法提炼

带电粒子在某种场(重力场、电场、磁场或复合场)中的运动问题，本质还是物体的动力学问题

电场力、磁场力、重力的性质和特点：匀强场中重力和电场力均为恒力，可能做功；洛伦兹力总不做功；电场力和磁场力都与电荷正负、场的方向有关，磁场力还受粒子的速度影响，反过来影响粒子的速度变化。

一、安培力

1. 安培力：通电导线在磁场中受到的作用力叫安培力。

【说明】磁场对通电导线中定向移动的电荷有力的作用，磁场对这些定向移动电荷作用力的宏观表现即为安培力。

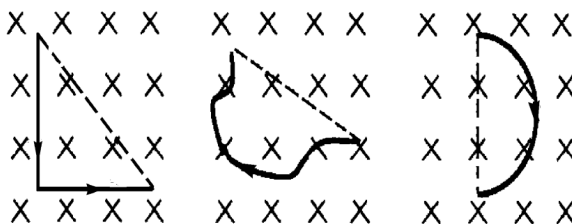
2. 安培力的计算公式： $F = BIL \sin \theta$ ；通电导线与磁场方向垂直时，即 $\theta = 90^\circ$ ，此时安培力有最大值；通电导线与磁场方向平行时，即 $\theta = 0^\circ$ ，此时安培力有最小值， $F_{\min} = 0N$ ； $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 时，安培力 F 介于 0 和最大值之间。

3. 安培力公式的适用条件；

①一般只适用于匀强磁场；②导线垂直于磁场；

③ L 为导线的有效长度，即导线两 endpoint 所连直线的长度，相应的电流方向沿 L 由始端流向末端；

如图所示，
几种有效长度；



④安培力的作用点；

⑤根据力的相互作用力。

作用力。

导体对磁体有反

【说明】安培力的计算只限于导线与 B 垂直且平行的两种情况。

二、左手定则

1. 通电导线所受的安培力方向和磁场 B 的方向、电流方向之间的关系，可以用左手定则来判定。

2. 用左手定则判定安培力方向的方法：伸开左手，使拇指跟其余的四指垂直且与手掌都在同一平面内，让磁感线垂直穿入手心，并使四指指向电流方向，这时手掌所在平面跟磁感线和导线所在平面垂直，大拇指所指的方向就是通电导线所受安培力的方向。

3. 安培力 F 的方向既与磁场方向垂直，又与通电导线方向垂直，即 F 总是垂直于磁场与导线所决定的平面。但 B 与 I 的方向不一定垂直。

4. 安培力 F 、磁感应强度 B 、电流 I 三者的关系

① 已知 I 、 B 的方向，可惟一确定 F 的方向；

② 已知 F 、 B 的方向，且导线的位置确定时，可惟一确定 I 的方向；

③ 已知 F 、 I 的方向时，磁感应强度 B 的方向不能惟一确定。

三、洛伦兹力：磁场对运动电荷的作用力。

1. 洛伦兹力的公式： $F=qvB\sin\theta$ ；

2. 当带电粒子的运动方向与磁场方向互相平行时， $F=0$ ；

3. 当带电粒子的运动方向与磁场方向互相垂直时， $F=qvB$ ；

4. 只有运动电荷在磁场中才有可能受到洛伦兹力作用，静止电荷在磁场中受到的磁场对电荷的作用力一定为 0 ；

四、洛伦兹力的方向

1. 运动电荷在磁场中受力方向可用左手定则来判定；

2. 洛伦兹力 f 的方向既垂直于磁场 B 的方向，又垂直于运动电荷的速度 v 的方向，即 f 总是垂直于 B 和 v 所在的平面。

3. 使用左手定则判定洛伦兹力方向时，若粒子带正电时，四个手指的指向与正电荷的运动方向相同。若粒子带负电时，四个手指的指向与负电荷的运动方向相反。

4. 安培力的本质是磁场对运动电荷的作用力的宏观表现。

五、带电粒子在匀强磁场中的运动

1. 不计重力的带电粒子在匀强磁场中的运动可分三种情况：一是匀速直线运动；二是匀速圆周运动；三是螺旋运动。从运动形式可分为：匀速直线运动和变加速曲线运动。

2. 如果不计重力的带电粒子的运动方向与磁场方向平行时，带电粒子做匀速直线运动，是因为带电粒子在磁场中不受洛伦兹力的作用。

3. 如果不计重力的带电粒子的运动方向与磁场方向垂直时，带电粒子做匀速圆周运动，是因为带电粒子在磁场中受到的洛伦兹力始终与带电粒子的运动方向垂直，只改变其运动方向，不改变其速度大小。

4. 不计重力的带电粒子在匀强磁场中做匀速圆周运动的轨迹半径 $r=mv/Bq$ ；其运动周期 $T=2\pi m/Bq$ （与速度大小无关）。

5. 不计重力的带电粒子垂直进入匀强电场和垂直进入匀强磁场时都做曲线运动，但有区别：带电粒子垂直进入匀强电场，在电场中做匀变速曲线运动（类平抛运动）；垂直进入匀强磁场，则做变加速曲线运动（匀速圆周运动）。

6. 带电粒子在匀强磁场中做不完整圆周运动的解题思路：

(1) 用几何知识确定圆心并求半径。

因为 F 方向指向圆心，根据 F 一定垂直 v ，画出粒子运动轨迹中任意两点（大多是射入点和出射点）的 F 或半径方向，其延长线的交点即为圆心，再用几何知识求其半径与弦长的关系。

(2) 确定轨迹所对的圆心角，求运动时间。

先利用圆心角与弦切角的关系，或者是四边形内角和等于 360° (或 2π) 计算出圆心角 θ 的大小，再由公式 $t = \theta T / 360^\circ$ (或 $\theta T / 2\pi$) 可求出运动时间。

六、带电粒子在复合场中运动的基本分析

1. 这里所说的复合场是指电场、磁场、重力场并存，或其中某两种场并存的场。带电粒子在这些复合场中运动时，必须同时考虑电场力、洛伦兹力和重力的作用或其中某两种力的作用，因此对粒子的运动形式的分析就显得极为重要。

2. 当带电粒子在复合场中所受的合外力为 0 时，粒子将做匀速直线运动或静止。

3. 当带电粒子所受的合外力与运动方向在同一条直线上时，粒子将做变速直线运动。

4. 当带电粒子所受的合外力充当向心力时，粒子将做匀速圆周运动。

5. 当带电粒子所受的合外力的大小、方向均是不断变化的，则粒子将做变加速运动，这类问题一般只能用能量关系处理。

七、电场力和洛伦兹力的比较

1. 在电场中的电荷，不管其运动与否，均受到电场力的作用；而磁场仅仅对运动着的、且速度与磁场方向不平行的电荷有洛伦兹力的作用。

2. 电场力的大小 $F = Eq$ 与电荷的运动的速度无关；而洛伦兹力的大小 $f = Bqv \sin\alpha$ ，与电荷运动的速度大小和方向均有关。

3. 电场力的方向与电场的方向或相同、或相反；而洛伦兹力的方向始终既和磁场垂直，又和速度方向垂直。

4. 电场既可以改变电荷运动的速度大小，也可以改变电荷运动的方向，而洛伦兹力只能改变电荷运动的速度方向，不能改变速度大小。

5. 电场力可以对电荷做功，能改变电荷的动能；洛伦兹力不能对电荷做功，不能改变电荷的动能。

6. 匀强电场中在电场力的作用下，运动电荷的偏转轨迹为抛物线；匀强磁场中在洛伦兹力的作用下，垂直于磁场方向运动的电荷的偏转轨迹为圆弧。

八、对于重力的考虑

重力考虑与否分三种情况。(1) 对于微观粒子，如电子、质子、离子等一般不做特殊交待就可以不计其重力，因为其重力一般情况下与电场力或磁场力相比太小，可以忽略；而对于一些实际物体，如带电小球、液滴、金属块等不做特殊交待时就应当考虑其重力。(2) 在题目中有明确交待的是否要考虑重力的，这种情况比较正规，也比较简单。(3) 是直接看不出是否要考虑重力，但在进行受力分析与运动分析时，要由分析结果，先进行定性确定再是否要考虑重力。

九、动力学理论：

(1) 粒子所受的合力和初速度决定粒子的运动轨迹及运动性质；

(2) 匀变速直线运动公式、运动的合成和分解、匀速圆周运动的运动学公式；

(3) 牛顿运动定律、动量定理和动量守恒定律；

(4) 动能定理、能量守恒定律。

十、在生产、生活、科研中的应用：如显像管、回旋加速器、速度选择器、正负电子对撞机、质谱仪、电磁流量计、磁流体发电机、霍尔效应等等。

正因为这类问题涉及知识面大、能力要求高，而成为近几年高考的热点问题，题型有选择、填空、作图等，更多的是作为压轴题的说理、计算题。分析此类问题的一般方法为：首先从粒子的开始运动状态受力分析着手，由合力和初速度判断粒子的运动轨迹和运动性质，注意速度和洛伦兹力相互影响这一特点，将整个运动过程和各个阶段都分析清楚，然后再结合题设条件，边界条件等，选取粒子的运动过程，选用有关动力学理论公式求解。

常见的问题类型及解法。

【例1】如图，在某个空间内有一个水平方向的匀强电场，电场强度 $E = 10\sqrt{3}v/m$ ，又有一个与电场垂直的水平方向匀强磁场，磁感强度 $B = 10T$ 。现有一个质量 $m = 2 \times 10^{-6}kg$ 、带电量 $q = 2 \times 10^{-6}C$ 的微粒，在这个电场和磁场叠加的空间作匀速直线运动。假如在这个微粒经过某条电场线时突然撤去磁场，那么，当它再次经过同一条电场线时，微粒在电场线方向上移过了多大距离。（ g 取 $10m/S^2$ ）

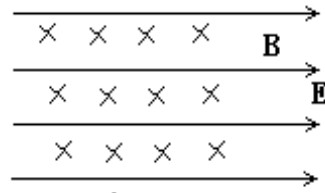


图1

【解析】题中带电微粒在叠加场中作匀速直线运动，意味着微粒受到的重力、电场力和磁场力平衡。进一步分析可知：洛伦兹力 f 与重力、电场力的合力 F 等微粒运动速度 V 与 f 垂直，如图2。当撤去磁场后，粒作匀变速曲线运动，可将此曲线运动分解为水平和竖直方向两个匀变速直线运动来处理，如图3。

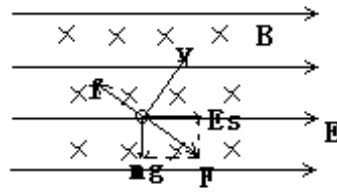


图2

动，意味着微粒的反向，微粒在水平方向由图2

$$\tan \alpha = \frac{Eq}{mg} = \sqrt{3}, \alpha = 60^\circ$$

可知：

$$\text{又： } f = \sqrt{(Eq)^2 + (mg)^2}, f = Bqv$$

$$\text{解之得： } V = 2m/s$$

由图3可知，微粒回到同一条电场线的时间

$$t = \frac{2V_y}{g} = \frac{2V \sin 60^\circ}{g} = 0.2\sqrt{3}(S)$$

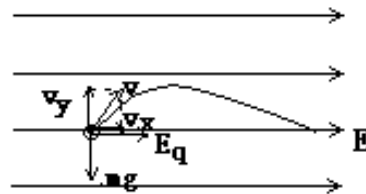


图3

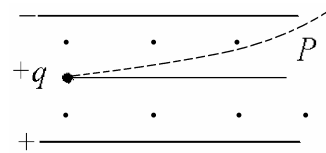
间

$$\text{则微粒在电场线方向移过距离 } S = V_x t + \frac{1}{2} \cdot \frac{Eq}{m} t^2 = V \cos 60^\circ t = \frac{1}{2} \cdot \frac{Eq}{m} t^2 = 1.39(m)$$

【解题回顾】本题的关键有两点：

(1)根据平衡条件结合各力特点画出三力关系；(2)将匀变速曲线运动分解

【例2】如图所示，质量为 m ，电量为 q 的带正电的微粒以初速度 v_0 垂直射入相互垂直的匀强电场和匀强磁场中，刚好沿直线射出该场区，若同一微粒以初速度 $v_0/2$ 垂直射入该场区，则微粒沿图示的曲线从 P 点以 $2v_0$ 速度离开场区，求微粒在场区中的横向(垂直于 v_0 方向)位移，已知磁场的磁感应强度大小为 B 。



【解析】速度为 v_0 时粒子受重力、电场力和磁场力，三力在竖直方向平衡；速度为 $v_0/2$ 时，磁场力变小，三力不平衡，微粒应做变加速度的曲线运动。

$$\text{当微粒的速度为 } v_0 \text{ 时，做水平匀速直线运动，有： } qE = mg + qv_0B \quad \text{①}$$

当微粒的速度为 $v_0/2$ 时，它做曲线运动，但洛伦兹力对运动的电荷不做功，只有重力和电场力做功，设微粒横向位移为 s ，由动能定理

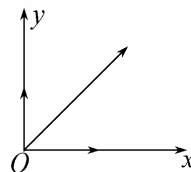
$$(qE - mg)s = \frac{1}{2}m(2v_0)^2 - \frac{1}{2}m(v_0/2)^2 \quad \text{②}$$

将①式代入②式得 $qv_0Bs = 15mv_0^2/8$,

$$\text{所以 } s = 15mv_0/(8qB).$$

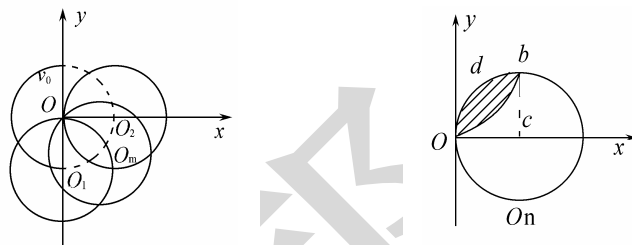
【解题回顾】由于洛伦兹力的特点往往会使微粒的运动很复杂，但这类只涉及初、末状态参量而不涉及中间状态性质的问题常用动量、能量观点分析求解

【例 3】在 xOy 平面内有许多电子(质量为 m ，电量为 e)从坐标原点 O 不断地以相同大小的速度 v_0 沿不同的方向射入第一象限，如图所示，现加一个垂直于 xOy 平面的磁感应强度为 B 的匀强磁场，要求这些电子穿过该磁场后都能平行于 x 轴向 x 轴正方向运动，试求出符合条件的磁场的最小面积。



【分析】电子在磁场中运动轨迹是圆弧，且不同方向射出的电子的圆形轨迹的半径相同($r=mv_0/eB$)。假如磁场区域足够大，画出所有可能的轨迹如图所示，

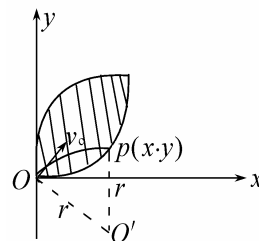
其中圆 O_1 和圆 O_2 为从圆点射出，经第一象限的所有圆中的最低和最高位置的两个圆，若要使电子飞出磁场平行于 x 轴，这些圆的最高点应是区域的下边界，可由几何知识证明，此下边界为一段圆弧将这些圆心连线(图中虚线 O_1O_2)向上平移一段长度为 $r=mv_0/eB$ 的距离即图中的弧 ocb 就是这些圆的最高点的连线，应是磁场的下边界；圆 O_2 的 y 轴正方向的半个圆应是磁场的上边界，两边界之间图形的面积即为所求



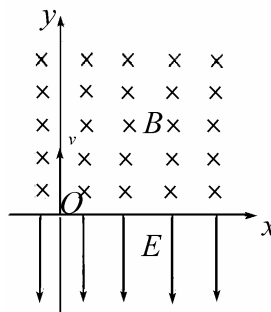
图中的阴影区域面积，即为磁场区域面积

$$S = 2\left(\frac{1}{4}\pi r^2 - \frac{r^2}{2}\right) = \frac{(\pi - 1)m^2 v_0^2}{2e^2 B^2}$$

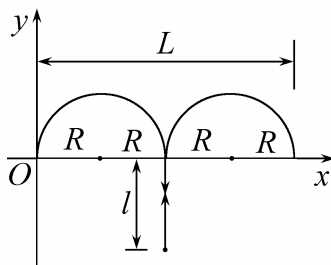
【解题回顾】数学方法与物理知识相结合是解决物理问题的一种有效途径。本题还可以用下述方法求出下边界。设 $P(x,y)$ 为磁场下边界上的一点，经过该点的电子初速度与 x 轴夹角为 θ ，则由图可知： $x=r\sin\theta$ ， $y=r-r\cos\theta$ 得： $x^2+(y-r)^2=r^2$ 所以磁场区域的下边界也是半径为 r ，圆心为 $(0,r)$ 的圆弧



【例 4】如图所示，在 x 轴上方有垂直于 xy 平面向里的匀强磁场，磁感应强度为 B ；在 x 轴下方有沿 y 轴负方向的匀强电场，场强为 E 。一质量为 m ，电量为 $-q$ 的粒子从坐标原点 O 沿着 y 轴正方向射出。射出之后，第三次到达 x 轴时，它与点 O 的距离为 L 。求此粒子射出的速度 v 和在此过程中运动的总路程 s (重力不计)。



【解析】由粒子在磁场中和电场中受力情况与粒子的速度可以判断粒子从 O 点开始在磁场中匀速率运动半个圆周后进入电场，做先减速后反向加速的匀变直线运动，再进入磁场，匀速率运动半个圆周后又进入电场，如此重复下去。



粒子运动路线如图 3-11 所示, 有 $L=4R$ ①

粒子初速度为 v , 则有 $qvB=mv^2/R$ ②,

由①、②可得 $v=qBL/4m$ ③.

设粒子进入电场做减速运动的最大路程为 L ,

加速度为 a ,

则有 $v^2=2aL$ ④, $qE=ma$, ⑤

粒子运动的总路程 $s=2\pi R+2L$. ⑥

由①、②、③、④、⑤、⑥式,

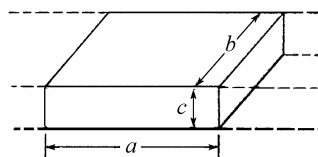
得: $s=\pi L/2+qB^2L^2/(16mE)$.

【解题回顾】把复杂的过程分解为几个简单的

过程, 按顺序逐个求解, 或将每个过程所满足的规律公式写出, 结合关联条件组成方程, 再解方程组, 这就是解决复杂过程的一般方法. 另外, 还可通过开始 n 个过程的分析找出一般规律, 推测后来的过程, 或对整个过程总体求解. 将此题中的电场和磁场的空间分布和时间进程重组, 便可理解回旋加速器原理, 并可用后一种方法求解.

【例 5】电磁流量计广泛应用于测量可导电液体(如污水)在管中的流量(在单位时间内通过管内横截面的流体的体积). 为了简化, 假设流量计是如图 3-12 所示的横截面为长方形的一段管道, 其中空部分的长、宽、高分别为

图中的 a 、 b 、 c , 流量计的两端与输送液体的管道相连接(图中虚线). 图中流量计的上、下两面是金属材料, 前、后两面是绝缘材料, 现将流量计所在处加磁感应强度为 B 的匀强磁场, 磁场方向垂直于前后



两面, 当导电液体稳定地流经流量计时, 在管外将流量计上、下表面分别与一串联了电阻 R 的电流表的两端连接, I 表示测得的电流值, 已知流体的电阻率, 不计电流表的内阻, 则可求得流量为多大?

【解析】导电流体从管中流过时, 其中的阴阳离子会受磁场力作用而向管的上下表面偏转, 上、下表面带电后一方面使阴阳离子又受电场力阻碍它们继续偏转, 直到电场力与磁场力平衡; 另一方面对外接电阻来说, 上、下表面相当于电源, 使电阻中的电流满足闭合电路欧姆定律.

设导电流体的流动速度 v , 由于导电流体中正、负离子在磁场中的偏转, 在上、下两板上积聚电荷, 在两极之间形成电场, 当电场力 qE 与洛伦兹力 qvB 平衡时, $E=Bv$, 两金属板上的电动势 $E'=Bcv$, 内阻 $r=\rho c/ab$, 与 R 串联的电路中电流: $I=Bcv/(R+r)$,

$$v=I(R+\rho c/ab)/Bc;$$

$$\text{流体流量: } Q=vbc=I(bR+\rho c/a)/B$$

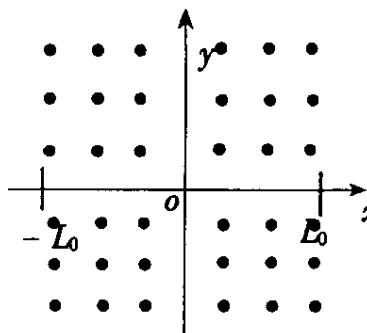
【解题回顾】因为电磁流量计是一根管道, 内部没有任何阻碍流体流动的结构, 所以可以用来测量高黏度及强腐蚀性流体的流量. 它还具有测量范围宽、反应快、易与其他自动控制装置配套等优点. 可见, 科技是第一生产力.

本题是闭合电路欧姆定律与带电粒子在电磁场中运动知识的综合运用. 这种带电粒子的运动模型也称为霍尔效应, 在许多仪器设备中被应用. 如速度选择器、磁流体发电机等等.

【例 6】如图所示, 匀强磁场磁感应强度为 B , 方向垂直 xOy 平面向外. 某一时刻有一质子从点 $(L_0, 0)$ 处沿 y 轴负向进入磁场; 同一时刻一 α 粒子从点 $(-L_0, 0)$ 进入磁场, 速度方向在 xOy 平面内. 设质子质量为 m , 电量为 e , 不计质子与 α 粒子间相互作用.

(1) 如果质子能够经过坐标原点 O , 则它的速度多大?

(2) 如果 α 粒子第一次到达原点时能够与质子相遇, 求 α 粒子的速度.



【解析】带电粒子在磁场中的圆周运动的解题关键是其圆心和半径，在题目中如能够先求出这两个量，则解题过程就会变得简洁，余下的工作就是利用半径公式和周期公式处理问题。

(1)质子能够过原点，则质子运动的轨迹半径为 $R=L_0/2$ ，再由 $r=mv/Bq$ ，且 $q=e$ 即可得：

$v=eBL_0/2m$ ；此题中还有一概念，圆心位置一定在垂直于速度的直线上，所以质子的轨迹圆心一定在 x 轴上；

(2)上一问是有关圆周运动的半径问题，而这一问则是侧重于圆周运动的周期问题了，两个粒子在原点相遇，则它们运动的时间一定相同，即 $t_\alpha = T_H/2$ ，且 α 粒子运动到原点的轨迹为一段圆弧，设所对应的圆心角为 θ ，则

有 $t_\alpha = 2\pi m/2Be$ ，可得 $\theta = \pi/2$ ，

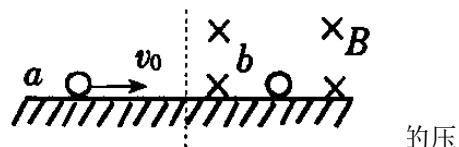
则 α 粒子的轨迹半径 $R=L_0/2=4mv/B2e$ ，

答案为 $v = eBL_0/(4m)$ ，与 x 轴正方向的夹角为 $\pi/4$ ，右向上；

事实上 α 粒子也有可能运动 $3T/4$ 时到达原点且与质子相遇，则此时质子则是第二次到原点，这种情况下速度大小的答案是相同的，但 α 粒子的初速度方向与 x 轴的正方向的夹角为 $3\pi/4$ ，左向上；

【解题回顾】类似问题的重点已经不是磁场力的问题了，侧重的是数学知识与物理概念的结合，此处的关键所在是利用圆周运动的线速度与轨迹半径垂直的方向关系、弦长和弧长与圆的半径的数值关系、圆心角与圆弧的几何关系来确定圆弧的圆心位置和半径数值、周期与运动时间。当然 $r=mv/Bq$ 、 $T=2\pi m/Bq$ 两公式在这里起到一种联系作用。

【例 7】如图所示，在光滑的绝缘水平桌面上，有直径相同的两个金属小球 a 和 b ，质量分别为 $m_a=2m, m_b=m$ ， b 球带正电荷 $2q$ ，静止在磁感应强度为 B 的匀强磁场中；不带电小球 a 以速度 v_0 进入磁场，与 b 球发生正碰，若碰后 b 球



的压力是多大？
【解析】本题相关的物理知识有接触起电、动量守恒、洛伦兹力，受力平衡与受力分析，而最为关键的是碰撞过程，所有状态和过程都是以此为转折点，物理量的选择和确定亦是以此作为切入点和出发点；

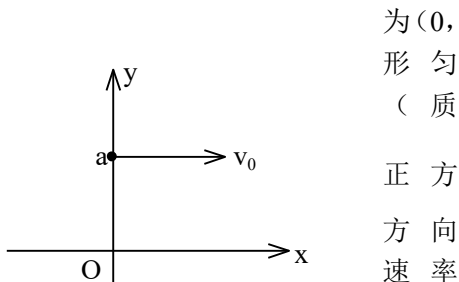
碰后 b 球的电量为 q 、 a 球的电量也为 q ，设 b 球的速度为 v_b ， a 球的速度为 v_a ；以 b 为研究对象则有 $Bqv_b = m_b g$ ；可得 $v_b = mg/Bq$ ；

以碰撞过程为研究对象，有动量守恒，

即 $m_a v_0 = m_a v_a + m_b v_b$ ，将已知量代入可得 $v_a = v_0 - mg/(2Bq)$ ；本表达式中 v_a 已经包含在其中，分析 a 碰后的受力，则有 $N + Bqv_a = 2mg$ ，得 $N = (5/2)mg - Bqv_0$ ；

【解题回顾】本题考查的重点是洛伦兹力与动量问题的结合，实际上也可以问碰撞过程中产生内能的大小，就将能量问题结合进来了。

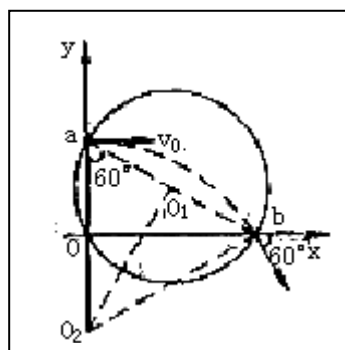
【例 8】 如图所示，在 xOy 平面上， a 点坐标为 $(0, L)$ ，平面内一边界通过 a 点和坐标原点 O 的圆强磁场区域，磁场方向垂直纸面向里，有一电子量为 m ，电量为 e 从 a 点以初速度 v_0 平行 x 轴向射入磁场区域，在磁场中运动，恰好从 x 轴正上的 b 点（图中未标出），射出磁场区域，此时



方向与 x 轴正方向的夹角为 60° ，求：

- (1) 磁场的磁感应强度；
- (2) 磁场区域的圆心 O_1 的坐标；
- (3) 电子在磁场中的运动时间。

【解析】电子在匀强磁场中作匀速圆周运动，从 a 点射入 b 点射出磁场区域，故所求圆形磁场区域有 a 点、O 点、b 点，电子的运动轨迹如图中虚线所示，其对应的圆心在 O_2 点，令 $\overline{aO_2} = \overline{bO_2} = R$ ，作角 $\angle aO_2b = 60^\circ$ ，如图所示：



$$R^2 = (R - L)^2 + (R \sin 60^\circ)^2 \quad R = \frac{mv_0}{Be} \text{ 代入}$$

由上式得 $R = 2L, B = \frac{mv_0}{2eL}$

电子在磁场中飞行的时间：
$$t = \frac{60^\circ}{360^\circ} T = \frac{1}{6} \times \frac{2\pi m}{Be} = \frac{\pi}{3} \times \frac{2L}{v_0} = \frac{2\pi L}{3v_0}$$

由于 $\odot O_1$ 的圆周角 $\angle aOb = 90^\circ$ ，所以 ab 直线段为圆形磁场区域的直径，则

$$\overline{aO_1} = \frac{1}{2} R = L, \quad x = aO_1 \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} L$$

，故磁场区域圆心 O_1 的坐标，

$$y = L - aO_1 \cos 60^\circ = \frac{L}{2}, \text{ 即 } O_1 \text{ 坐标 } \left(\frac{\sqrt{3}}{2} L, \frac{1}{2} L \right)$$

【解题回顾】本题关键为入射方向与出射方向成一定角度（题中为 60° ），从几何关系认识到带电粒子回旋的圆弧为 $1/6$ 圆的周长，再通过几何关系确定 $1/6$ 圆弧的圆，半径是 $\overline{O_2a}$ 或 $\overline{bO_2}$ ，进而可确定圆形区域的圆心坐标。

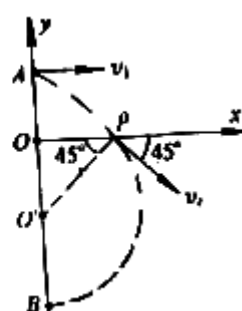
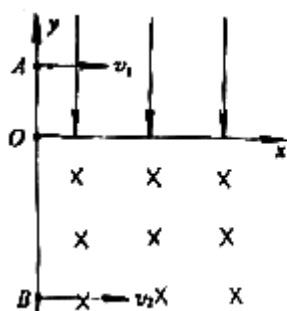
【例 9】如图所示，在图中第 I 象限的区域里有平行于 y 轴的匀强电场 $E = 2.0 \times 10^4 \text{ N/C}$ ，在第 IV 象限区域内有垂直于 Oxy 平面的匀强磁场 B。

带电粒子 A，质量为

$$m_1 = 1.0 \times 10^{-12} \text{ kg}, \text{ 电}$$

$$\text{量 } q_1 = 1.0 \times 10^{-4} \text{ C}, \text{ 从}$$

y 轴上 A 点以平行于 x 轴的速度



$v_1 = 4 \times 10^5 \text{ m/s}$ 射入电场中, 已知 $OA = 4 \times 10^{-2} \text{ m}$, 求:

- (1) 粒子 A 到达 x 轴的位置和速度大小与方向;
- (2) 在粒子 A 射入电场的同时, 质量、电量与 A 相等的粒子 B, 从 y 轴上的某点 B

以平行于 x 轴的速度 v_2 射入匀强磁场中, A、B 两个粒子恰好在 x 轴上迎面正碰 (不计重力, 也不考虑两个粒子间的库仑力) 试确定 B 点的位置和匀强磁场的磁感强度。

【解析】粒子 A 带正电荷, 进入电场后在电场力作用下沿 y 轴相反方向上获得加速度,

$$a = \frac{Eq}{m} = \frac{1.0 \times 10^{-4} \times 2.0 \times 10^4}{1.0 \times 10^{-12}} \text{ m/s}^2 = 2.0 \times 10^{12} \text{ m/s}^2$$

设 A、B 在 x 轴上 P 点相碰, 则 A 在电场中运动时间可由 $\overline{OA} = \frac{1}{2}at^2$ 求解:

$$t = \sqrt{\frac{2\overline{OA}}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 0.04}{2 \times 10^{12}}} \text{ (s)} = 2.0 \times 10^{-7} \text{ s}$$

由此可知 P 点位置: $\overline{OP} = vt = 4.0 \times 10^5 \times 2.0 \times 10^{-7} \text{ (m)} = 8.0 \times 10^{-2} \text{ m}$

粒子 A 到达 P 点的速度, $v_t = \sqrt{v_1^2 + (at)^2} = \sqrt{2} \times 4.0 \times 10^5 \text{ m/s}$

$\therefore v_t$ 与 x 轴夹角: $\theta = 45^\circ$

(2) 由(1)所获结论, 可知 B 在匀强磁场中作匀速圆周运动的时间也是 $t = 2.0 \times 10^{-7} \text{ s}$,

轨迹半径 $R = \sqrt{2}\overline{OP} = 8\sqrt{2} \times 10^{-2} \text{ m}$

$$\overline{OB} = (1 + \sqrt{2}) \times 10^{-2} \text{ m}$$

粒子 B 在磁场中转过角度为 $\frac{3}{4}\pi$, 运动时间为 $\frac{3}{8}T$

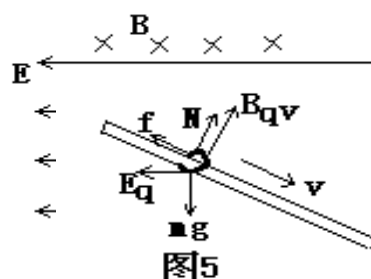
$$\frac{3}{8} \left(\frac{2\pi m}{Bq} \right) = t \quad \therefore B = \frac{3\pi m}{4qt} = 0.18 \text{ T}$$

【例 10】如图 4, 质量为 1 g 的小环带 $4 \times 10^{-4} \text{ C}$ 电, 套在长直的绝缘杆上, 两者间的动摩擦因数 μ 0.2。将杆放入都是水平的互相垂直的匀强电场和磁场中, 杆所在平面与磁场垂直, 杆与电场的夹角 37° 。若 $E = 10 \text{ N/C}$, $B = 0.5 \text{ T}$, 小环从静止起动。当小环加速度最大时, 环的速度和加速度; (2) 当的速度最大时, 环的速度和加速度。

【解析】(1) 小环从静止起动后, 环受力如图随着速度的增大, 垂直杆方向的洛仑兹力便增大,

的正
=
匀强
角为
求:(1)
小环

5, 随
于是



环上侧与杆间的正压力减小，摩擦力减小，加速度增大。当环的速度为 V 时，正压力为零，摩擦力消失，此时环有最大加速度 a_m 。

在平行于杆的方向上有： $mg\sin 37^\circ - qE\cos 37^\circ = ma_m$

解得： $a_m = 2.8\text{m} / \text{S}^2$

在垂直于杆的方向上有：

$$BqV = mg\cos 37^\circ + qE\sin 37^\circ$$

解得： $V = 52\text{m/S}$

(2) 在上述状态之后，环的速度继续增大导致洛伦兹力继续增大，致使小环下侧与杆之间出现挤压力 N ，如图 6。于是摩擦力 f 又产生，杆的加速度 a 减小。 $V \uparrow \Rightarrow BqV \uparrow \Rightarrow N \uparrow \Rightarrow f \uparrow \Rightarrow a \downarrow$ ，以上过程结果， a 减小到零，此时环有最大速度 V_m 。

在平行杆方向有：

$$mg\sin 37^\circ = Eq\cos 37^\circ + f$$

在垂直杆方向有

$$BqV_m = mg\cos 37^\circ + qE\sin 37^\circ + N$$

又 $f = \mu N$

解之： $V_m = 122\text{m/S}$

此时： $a = 0$

【例 11】如图 7，在某空间同时存在着互相正交的电场和匀强磁场，电场的方向竖直向下。一带电体 a 带电量为 q_1 ，恰能静止于此空间的 c 点，另一带电体 b 也带电，电量为 q_2 ，正在过 a 点的竖直平面内作半径为 r 的圆周运动，结果 a 、 b 在 c 处碰撞并粘合在一起，试分析粘合一起后的运动性质。

【解析】：设 a 、 b 的质量分别为 m_1 和 m_2 ， b 的速度为 V 。 a 静止，则有 $q_1E = m_1g$
 b 在竖直平面内作匀速圆周运动，则隐含着 $Eq_2 = m_2g$ ，

$$Bq_2V = m_2 \frac{V^2}{r}$$

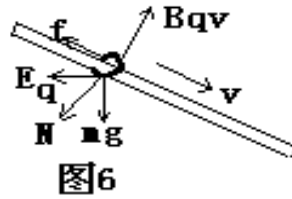
对 a 和 b 碰撞并粘合过程有 $m_2V + 0 = (m_1 + m_2) V'$

a 、 b 合在一起后，总电量为 $q_1 + q_2$ ，总质量为 $m_1 + m_2$ ，仍满足

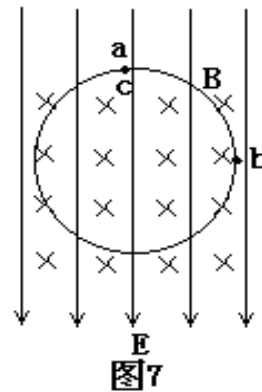
$(q_1 + q_2)E = (m_1 + m_2)g$ 。因此它们以速率 V' 在竖直平面内作匀速圆周运动，故有

$$B(q_1 + q_2)V' = (m_1 + m_2) \frac{V'^2}{r}$$

解得： $r' = \frac{q_2}{q_1 + q_2} r$



力继续加速的结果



匀强负电，带负匀速 a 、 b 度为此时

物理专题五电磁感应与电路

思想方法提炼

电磁感应是电磁学的核心内容，也是高中物理综合性最强的内容之一，高考每年必考。题型有选择、填空和计算等，难度在中档左右，也经常会以压轴题出现。

在知识上，它既与电路的分析计算密切相关，又与力学中力的平衡、动量定理、功能关系等知识有机结合；方法能力上，它既可考查学生形象思维和抽象思维能力、分析推理和综合能力，又可考查学生运用数学知识(如函数数值讨论、图像法等)的能力。

高考的热点问题和复习对策：

1.运用楞次定律判断感应电流(电动势)方向，运用法拉第电磁感应定律，计算感应电动势大小.注重在理解的基础上掌握灵活运用的技巧。

2.矩形线圈穿过有界磁场区域和滑轨类问题的分析计算。要培养良好的分析习惯，运用动力学知识，逐步分析整个动态过程，找出关键条件，运用运动定律特别是功能关系解题。

3.实际应用问题，如日光灯原理、磁悬浮原理、电磁阻尼等复习时应多注意。

此部分涉及的主要内容有：

1.电磁感应现象。

(1)产生条件：回路中的磁通量发生变化。

(2)感应电流与感应电动势：在电磁感应现象中产生的是感应电动势，若回路是闭合的，则有感应电流产生；若回路不闭合，则只有电动势，而无电流。

(3)在闭合回路中，产生感应电动势的部分是电源，其余部分则为外电路。

2.法拉第电磁感应定律： $E=n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ ， $E=BLv\sin\theta$ ，
注意瞬时值和平均值的计算方法不同。

3.楞次定律三种表述：

(1)感应电流的磁场总是阻碍磁通量的变化(涉及到：原磁场方向、磁通量增减、感应电流的磁场方向和感应电流方向等四方面).右手定则是其中一种特例。

(2)感应电流引起的运动总是阻碍相对运动。

(3)自感电动势的方向总是阻碍原电流变化。

4.相关链接

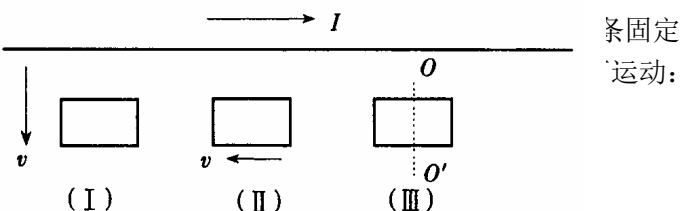
(1)受力分析、合力方向与速度变化，牛顿定律、动量定理、动量守恒定律、匀速圆周运动、功和能的关系等力学知识。

(2)欧姆定律、电流方向与电势高低、电功、电功率、焦耳定律等电路知识。

(3)能的转化与守恒定律。

感悟·渗透·应用

【例1】三个闭合矩形线框 I、II、III 的长直导线，导线中通有自左向右的电流 I 。线框 I 沿垂直长直导线向下运动，II 沿平行长直导线方向平动，III 绕其竖直中心轴 OO' 转动。



(1)在这三个线框运动的过程中，哪些线框中有感应电流产生？

方向如何？

(2)线框III转到图示位置的瞬间，是否有感应电流产生？

【解析】此题旨在考查感应电流产生的条件.根据直线电流周围磁场的特点，判断三个线框

运动过程中, 穿过它们的磁通量是否发生变化.

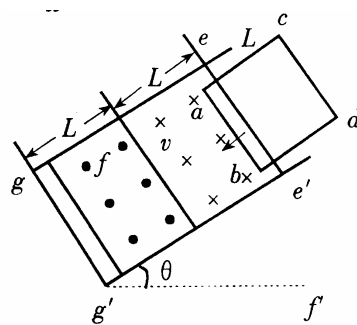
(1)长直导线通有自左向右的恒定电流时, 导线周围空间磁场的强弱分布不变, 但离导线越远, 磁场越弱, 磁感线越稀; 离导线距离相同的地方, 磁场强弱相同.

线框 I 沿垂直于导线方向向下运动, 穿过它的磁通量减小, 有感应电流产生, 电流产生的磁场方向垂直纸面向里, 根据楞次定律, 感应电流的磁场方向也应垂直纸面向里, 再由右手螺旋定则可判断感应电流为顺时针方向; 线框 II 沿平行导线方向运动, 与直导线距离不变, 穿过线框 II 的磁通量不变, 因此线框 II 中无感应电流产生; 线框 III 绕 OO' 轴转动过程中, 穿过它的磁通量不断变化, 在转动过程中线框 III 中有感应电流产生, 其方向是周期性改变的.

(2)线框 III 转到图示位置的瞬间, 线框中无感应电流, 由于长直导线下方的磁场方向与纸面垂直, 在该位置线框 III 的两竖直边运动方向与磁场方向平行, 不切割磁感线, 所以无感应电流; 从磁通量变化的角度考虑, 图示位置是线框 III 中磁通量从增加到最大之后开始减小的转折点, 此位置感应电流的方向要发生变化, 故此时其大小必为 0.

【解题回顾】对瞬时电流是否存在应看回路中磁通量是否变化, 或看回路中是否有一段导体做切割磁感线运动, 要想知道线框在磁场中运动时磁通量怎样变化, 必须知道空间的磁场强弱、方向分布的情况, 对常见磁体及电流产生的磁场要相当熟悉.

【例 2】如图所示, 在倾角为 θ 的光滑的斜面上, 存在着两个磁感应强度相等的匀强磁场, 方向一个垂直斜面向上, 另一个垂直斜面向下, 宽度均为 L , 一个质量为 m , 边长也为 L 的正方形线框(设电阻为 R)以速度 v 进入磁场时, 恰好做匀速直线运动.若当 ab 边到达 gg' 与 ff' 中间位置时, 线框又恰好做匀速运动, 则:



- (1)当 ab 边刚越过 ff' 时, 线框加速度的值为多少?
- (2)求线框开始进入磁场到 ab 边到达 gg' 与 ff' 中点的过程中产生的热量是多少?

【解析】此题旨在考查电磁感应与能量之间的关系.线框刚越过 ff' 时, 两条边都在切割磁感线, 其电路相当于两节相同电池的串联, 并且这两条边还同时受到安培力的阻碍作用.

(1) ab 边刚越过 ee' 即做匀速直线运动, 表明线框此时所受的合力为 0, 即

$$mg \sin \theta = B \cdot \frac{BLv}{R} \cdot L$$

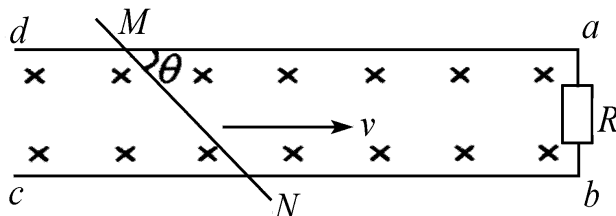
在 ab 边刚越过 ff' 时, ab 、 cd 边都切割磁感线产生感应电动势, 但线框的运动速度不能突变, 则此时回路中的总感应电动势为 $E' = 2BLv$, 设此时线框的加速度为 a , 则 $2BE' L/R - mg \sin \theta = ma$, $a = 4B^2 L^2 v / (Rm) - g \sin \theta = 3g \sin \theta$, 方向沿斜面向上.

(2)设线框再做匀速运动时的速度为 v' , 则 $mg \sin \theta = (2B^2 L^2 v' / R) \times 2$, 即 $v' = v/4$, 从线框越过 ee' 到线框再做匀速运动过程中, 设产生的热量为 Q , 则由能量守恒定律得:

$$\begin{aligned} Q &= mg \cdot \frac{3}{2} L \sin \theta + \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{2} mv'^2 \\ &= \frac{3}{2} mgL \sin \theta + \frac{15}{2} mv^2 \end{aligned}$$

【解题回顾】电磁感应过程往往涉及多种能量形式的转化, 适时选用能量守恒关系常会使求解很方便, 特别是处理变加速直线运动或曲线运动问题.

【例 3】如图所示, da 、 cb 为相距 L 的平行导轨(电阻可以忽略不计). a 、 b 间接有一个固定



电阻,阻值为 R .长直细金属杆 MN 可以按任意角架在水平导轨上,并以速度 v 匀速滑动(平移), v 的方向和 da 平行.杆 MN 有电阻,每米长的电阻值为 R .整个空间充满匀强磁场,磁感应强度的大小为 B ,方向垂直纸面($dabc$ 平面)向里

- (1)求固定电阻 R 上消耗的电功率为最大时 θ 角的值
- (2)求杆 MN 上消耗的电功率为最大时 θ 角的值.

【解析】如图所示,杆滑动时切割磁感线而产生感应电动势 $E=BLv$,与 θ 角无关.

以 r 表示两导轨间那段杆的电阻,回路中的电流为: $I = \frac{E}{R+r}$

(1)电阻 R 上消耗的电功率为: $P_R = I^2 R = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}$

由于 E 和 R 均与 θ 无关,所以 r 值最小时, P_R 值达最大.当杆与导轨垂直时两轨道间的杆长最短, r 的值最小,所以 P_R 最大时的 θ 值为 $\theta=\pi/2$.

(2)杆上消耗的电功率为:

$$P_r = I^2 r = \frac{E^2 r}{(R+r)^2}$$

要求 P_r 最大,即要求 $\frac{r}{(R+r)^2}$ 取最大值.由于

$$\frac{r}{(R+r)^2} = \frac{1}{4R} \left[1 - \left(\frac{r-R}{r+R} \right)^2 \right]$$

显然, $r=R$ 时, $\frac{r}{(R+r)^2}$ 有极大值.因每米杆长的电阻值为 R , $r=R$ 即要求两导轨间的杆长为 $1m$,

所以有以下两种情况:

①如果 $L \leq 1m$, 则 θ 满足下式时 $r=R$

$$1 \times \sin\theta = L \quad \text{所以 } \theta = \arcsin L$$

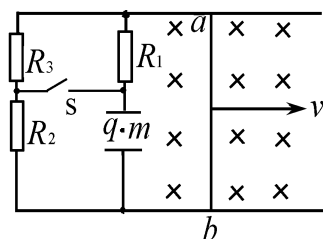
②如果 $L > 1m$, 则两导轨间那段杆长总是大于 $1m$, 即总有 $r > R$. 由于

$$\left(\frac{r-R}{r+R} \right)^2 = \left(1 - \frac{2R}{r+R} \right)^2$$

在 $r > R$ 的条件下, 上式随 r 的减小而单调减小, r 取最小值时, $\left(\frac{r-R}{r+R} \right)^2$ 取最小值,

$$\frac{r}{(R+r)^2} \text{ 取最大值, 所以, } P_r \text{ 取最大值时 } \theta \text{ 值为 } \theta = \frac{\pi}{2}$$

【例 4】如图所示,光滑的平行导轨 P 、 Q 相距 $L=1m$, 处在同一水平面中,导轨左端接有如图所示的电路,其中水平放置的平行板电容器 C 两极板间距离 $d=10mm$, 定值电阻 $R_1=R_3=8\Omega$, $R_2=2\Omega$, 导轨电阻不计. 磁感应强度 $B=0.4T$ 的匀强磁场竖直向下穿过导轨面.当金属棒 ab 沿导轨向右匀速运动



(开关 S 断开)时, 电容器两极板之间质量 $m=1 \times 10^{-14}kg$ 、

带电量 $Q=-1 \times 10^{-15}C$ 的微粒恰好静止不动; 当 S 闭合时, 微粒以加速度 $a=7m/s^2$ 向下做匀加速运动, 取 $g=10m/s^2$, 求:

- (1)金属棒 ab 运动的速度多大?电阻多大?

(2)S 闭合后, 使金属棒 ab 做匀速运动的外力的功率多大?

【解析】(1)带电微粒在电容器两极板间静止时, 受向上的电场力和向下的重力作用而

平衡, 则得到: $mg = q \frac{U_1}{d}$

$$\text{求得电容器两极板间的电压 } U_1 = \frac{mgd}{q} = \frac{10^{-14} \times 10 \times 0.01}{10^{-15}} V = 1V$$

由于微粒带负电, 可知上极板电势高.

由于 S 断开, R_1 上无电流, R_2 、 R_3 串联部分两端总电压等于 U_1 , 电路中的感应

$$\text{电流, 即通过 } R_2、R_3 \text{ 的电流为: } I_1 = \frac{U_1}{R_2 + R_3} = \frac{1}{8 + 2} A = 0.1A$$

由闭合电路欧姆定律, ab 切割磁感线运动产生的感应电动势为 $E = U_1 + Ir$ ①

其中 r 为 ab 金属棒的电阻

当闭合 S 后, 带电微粒向下做匀加速运动, 根据牛顿第二定律, 有: $mg - U_2q/d = ma$

$$\begin{aligned} \text{求得 S 闭合后电容器两极板间的电压: } U_2 &= \frac{m(g-a)d}{q} \\ &= \frac{10^{-14} \times (10-7) \times 0.01}{10^{-15}} V \\ &= 0.3V \end{aligned}$$

这时电路中的感应电流为

$$I_2 = U_2/R_2 = 0.3/2A = 0.15A$$

根据闭合电路欧姆定律有

$$E = I_2 \left(\frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} + R_2 + r \right)$$

将已知量代入①②求得 $E = 1.2V$, $r = 2\Omega$

又因 $E = BLv$

$$\therefore v = E/(BL) = 1.2/(0.4 \times 1) m/s = 3m/s$$

即金属棒 ab 做匀速运动的速度为 $3m/s$, 电阻 $r = 2\Omega$

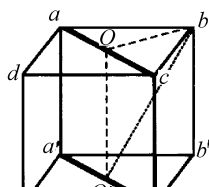
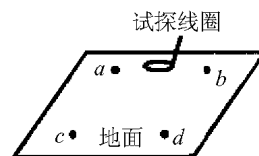
(2)S 闭合后, 通过 ab 的电流 $I_2 = 0.15A$, ab 所受安培力 $F_2 = BI_2L = 0.4 \times 1 \times 0.15N = 0.06N$ ab 以速度 $v = 3m/s$ 做匀速运动时, 所受外力必与安培力 F_2 大小相等、方向相反, 即 $F = 0.06N$, 方向向右(与 v 同向), 可见外力 F 的功率为:

$$P = Fv = 0.06 \times 3W = 0.18W$$

【例 5】已知某一区域的地下埋有一根与地面平行的直线电缆, 电缆中通有变化的电流, 在其周围有变化的磁场, 因此, 可以通过在地面上测量闭合试探小线圈中的感应电动势来探测电缆的确切位置、走向和深度. 当线圈平面平行地面时, a 、 c 在两处测得试探线圈感应电动势为 0, b 、 d 两处测得试探线圈感应电动势不为 0; 当线圈平面与地面成 45° 夹角时, 在 b 、 d 两处测得试探线圈感应电动势为 0; 经测量发现, a 、 b 、 c 、 d 恰好位于边长为 $1m$ 的正方形的四个顶角上,

如图所示, 据此可以判定地下电缆在_____两点连线的正下方, 离地表面的深度为_____m.

【解析】当线圈平面平行地面时, a 、 c 在两处测得试探线圈感应电动势为 0, b 、 d 两处测得试探线圈感应电动势不为 0; 可以判断出地下电缆在 a 、 c 两点连线的正下方; 如图所示 a'



c' 表示电缆, 当线圈平面与地面成 45° 夹角时, 在 b 、 d 两处测得试探线圈感应电动势为 0; 可判断出 $O'b$ 垂直试

探线圈平面, 则作出:

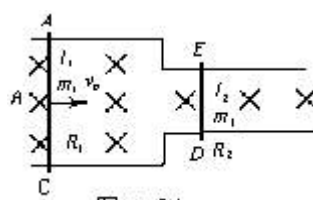
$Rt\triangle OO'b$, 其中 $\angle ObO' = 45^\circ$

那么 $OO' = Ob = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71(m)$.

【解题回顾】本题是一道电磁感应现象的实际应用的题目, 将试探线圈产生感应电动势的条件应用在数学中, 当线圈平面与地面成 45° 夹角时, 在 b 、 d 两处测得试探线圈感应电动势为 0, 即电缆与在 b 、 d 两处时的线圈平面平行, 然后作出立体几何的图形, 便可用数学方法处理物理问题.

【例 6】在如图所示的水平导轨上 (摩擦、电阻忽略不计), 有竖直向下的匀强磁场, 磁感强度 B , 导轨左端的间距为 $L_1 = 4L_0$, 右端间距为 $L_2 = L_0$. 今在导轨上放置 AC , DE 两根导体棒, 质量分别为 $m_1 = 2m_0$, $m_2 = m_0$, 电阻 $R_1 = 4R_0$, $R_2 = R_0$. 若 AC 棒以初速度 v_0 向右运动, 求 AC 棒运动的过程中产生的总焦耳热 Q_{AC} , 以及通过它们的总电量 q .

【错解分析】错解: AC 棒在磁场力的作用下, 做变速运动. 运动过程复杂, 应从功能关系的角度来分析. 没有摩擦, 最后稳定的状态应为两棒做匀速运动. 根据量守恒定律 $m_1v_0 = (m_1 + m_2)v'$



变速
由于
据动

$$v' = \frac{2}{3}v_0$$

整个回路产生的焦耳热

$$Q_{\text{总}} = \frac{1}{2}m_1v_0^2 - \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v'^2 = \frac{1}{3}m_0v_0^2$$

因为 $R_1 = 4R_0$, $R_2 = R_0$. 所以 AC 棒在运动过程中产生的焦耳热

$$Q_{AC} = \frac{4}{5}Q_{\text{总}} = \frac{4}{12}m_0v_0^2$$

对 AC 棒应用动量定理: $BIL_1 \cdot \Delta t = m_1v' - m_1v_0$

$$q = I \cdot \Delta t = \frac{m_1v_0 - m_1v'}{BL_1} = \frac{m_0v_0}{6BL_0}$$

AC 棒在磁场力的作用下做变速运动, 最后达到运动稳定, 两棒都做匀速运动的分析是正确的. 但是以此类推认为两棒的运动速度相同是错误的. 如果两棒的速度相同则回路中还有磁通量的变化, 还会存在感应电动势, 感应电流还会受到安培力的作用, AC , DE 不可能做匀速运动.

【正确解答】

由于棒 L_1 向右运动, 回路中产生电流, L_1 受安培力的作用后减速, L_2 受安培力加速使回路中的电流逐渐减小. 只需 v_1 , v_2 满足一定关系,

就有可能使回路中的 $B \frac{\Delta S}{\Delta t}$, 即总电动势为零, 此后不再受安培力的作用.

两棒做匀速运动.

两棒匀速运动时, $I=0$, 即回路的总电动势为零. 所以有

$$BL_1v_1 = BL_2v_2$$

$v_1 = \frac{v_2}{4}$ 时, 回路电流为零, 此后两棒匀速运动, 对 AC 棒应用动量定理

$$-BIL_1 \cdot \Delta t = m_1v' - m_1v_0$$

再对 DE 棒应用动量定理 $BL_2I \cdot \Delta t = m_2v_2$

解方程得 $v_1 = \frac{v_0}{9}, v_2 = \frac{4v_0}{9}$

$$Q_{AC} = \frac{4}{5} \left(\frac{1}{2} m_1 v_0^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2 \right) = \frac{308}{405} m_0 v_0^2$$

$$q = I \cdot \Delta t = \frac{m_1 v_0 - m_1 v_1'}{BL_1} = \frac{4m_0 v_0}{9BL_0}$$

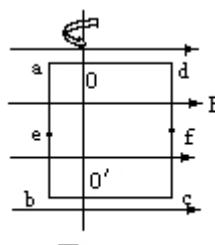
【解题回顾】电磁感应现象应用问题,往往涉及到很多知识点,是最为复杂的综合性题.综合性题的处理途径主要是采用“分析法”:按知识点(主要指物理规律)划分若干基础题型,按各基础题型解题步骤建立方程,最后解方程组即可得解.

以前我们做过类似的题.那道题中的平行轨道间距都是一样的.有一些同学不假思索,把那道题的结论照搬到本题中来,犯了生搬硬套的错误.差异就是矛盾.两道题的差别就在平行导轨的宽度不一样上.如何分析它们之间的差别呢?还是要从基本原理出发.平行轨道间距一样的情况两根导体棒的速度相等,才能使回路中的磁通量的变化为零.本题中如果两根导轨的速度一样,由于平行导轨的宽度不同导致磁通量的变化不为零,仍然会有感应电流产生,两根导体棒还会受到安培力的作用,其中的一根继续减速,另一根继续加速,直到回路中的磁通量的变化为零,才使得两根导体棒做匀速运动.抓住了两道题的差异之所在,问题就会迎刃而解.

【例 7】用均匀导线弯成正方形闭合金属线框 abcd, 线框每边长 80cm, 每边的电阻为 1Ω . 把线框放在磁感强度 $B=0.05T$ 的匀强磁场中, 并使它绕轴 OO' 以 $\omega=100rad/s$ 的角速度匀角速度旋转, 旋转方向如图所示, 已知轴 OO' 在线框平面内, 并且垂直于 B , $od=3oa, O'c=3O'b$, 当线框转至和 B 平行的瞬间. 求:

- (1) 每条边产生的感应电动势大小;
- (2) 线框内感应电流的大小;
- (3) e, f 分别是 ab 和 cd 的中点, ef 两点间的电势差.

【错解分析】错解: 线圈在转动时, 只有 ab 边和 cd 边割磁感线运动, 产生感应电动势.



作切

$$(1) \varepsilon_{ab} = BLv_1 = B \overline{ab} \omega \frac{\overline{bc}}{3} = 1.07 \times 10^{-2} (W)$$

$$\varepsilon_{cd} = BLv_2 = B \overline{cd} \omega = \frac{2\overline{bc}}{3} = 2.14 \times 10^{-2} (W)$$

(2) 由右手定则可知, 线框在图示位置时, ab 中感应电动势方向向上, 而 cd 中感应电势的方向向下.

$$I = \frac{\varepsilon_{cd} - \varepsilon_{ab}}{4r} = 0.268 (A) \text{ 电流方向为顺时针方向.}$$

(3) 观察 fcbe 电路

$$U_{fe} = U_f - U_e = \varepsilon_{cd} - \varepsilon_{ab} - \left(\frac{r}{2} + r + \frac{r}{2} \right) I = 5.34 \times 10^{-3} (W)$$

本题解共有 4 处错误. 第一, 由于审题不清没有将每一条边的感应电动势求出, 即缺少 ε_{ad} 和 ε_{bc} . 即使它们为零, 也应表达出来. 第二, 边长中两部分的的倍数关系与每一部分占总长的几分之几表述不正确. 第三, ab 边和 cd 边的感应电动势的方向分别向上、向下.

但是它们的关系是电源的串联，都使电路中产生顺时针方向的电流，闭合回路的总电动势应为： $\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ab}$ ，而不是相减。第四，求 U_{cf} 时，研究电路 $fcbe$ ，应用闭合电路欧姆定律，内电路中产生电动势的边只剩下一半，感应电动势也只能是 $\varepsilon_{cd}/2$ 。

【正确解答】

(1) 线框转动时， ab 边和 cd 边没有切割磁感线，所以 $\varepsilon_{ad}=0, \varepsilon_{bc}=0$ 。

$$\text{因为 } \overline{O_d} = 2\overline{O_a}, \overline{O_a} = \frac{1}{4}\overline{ab}, \overline{O_d} = \frac{3}{4}\overline{ad}$$

$$\varepsilon_{ab} = BLv_1 = B\overline{ab}\omega \frac{\overline{ad}}{4} = 8 \times 10^{-3} \text{ (V)}$$

$$\varepsilon_{cd} = BLv_2 = B\overline{cd}\omega \frac{\overline{bc}}{4} = 2.4 \times 10^{-2} \text{ (V)}$$

(2) 在电路中电动势 ε_{cd} 和 ε_{ab} 的方向相同

$$I = \frac{\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ab}}{4r} = 0.8 \text{ A}, \text{ 电流方向为顺时针方向}$$

(3) 观察 $fcbe$ 电路

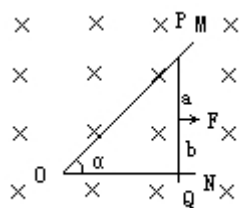
$$U_{fe} = U_f - U_e = \frac{1}{2}(\varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ab}) - I\left(\frac{r}{2} + r + \frac{r}{2}\right) = 0$$

$$U_f = U_e$$

【解题回顾】 没有规矩不能成方圆。解决电磁感应的问题其基本解题步骤是：

(1) 通过多角度的视图，把磁场的空间分布弄清楚。(2) 在求感应电动势时，弄清是求平均电动势还是瞬时电动势，选择合适的公式解题。(3) 进行电路计算时要画出等效电路图作电路分析，然后求解。

【例 8】 如图所示，在跟匀强磁场垂直的平面内放置一个折成锐角的裸导线 MON ， $\angle MON = \alpha$ 。在它上面搁置另一根与 ON 垂直的导线 PQ ， PQ 紧贴在 MO, ON 并以平行于 ON 的速度 v ，从顶角 O 开始速滑动，
设裸导线单位长度的电阻为 R_0 ，磁感强度为 B ，
求回路中的感应电流。



【错解分析】 错解：设 PQ 从顶角 O 开始向右运动的时间为 Δt ，

$$Ob = v \cdot \Delta t,$$

$$ab = v \cdot \Delta t \cdot \tan \alpha,$$

$$Oa = \frac{v\Delta t}{\cos \alpha} \text{ 回路中的电阻为}$$

$$R = (Oa + Ob + ab)R_0 = (1 + \cos \alpha + \sin \alpha) \frac{v\Delta t}{\cos \alpha} R_0$$

$$\text{回路中 } \varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} = B \frac{\Delta S}{\Delta t} = \frac{1}{2} Bv^2 \cdot \Delta t \cdot \tan \alpha$$

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bv \sin \alpha}{2(1 + \cos \alpha + \sin \alpha) R_0}$$

此解法错误的原因在于利用 $\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ 求出的是电动势的平均值，而

不是我们要求的电动势的瞬时值。

时值。因为电阻 $(1 + \cos\alpha + \sin\alpha)$

$\frac{v\Delta t}{\cos\alpha} R_0$ 是经过 Δt 时间后，PQ 的所在位置时回路的瞬时电阻值。

由于两者不对应，结果就不可能正确。

【正确解答】

设 PQ 从顶角 O 开始向右运动的时间为 Δt ， $Ob = v \cdot \Delta t$ ， $ab = v \cdot \Delta t \cdot \tan\alpha$ ， $Oa = \frac{v\Delta t}{\cos\alpha}$

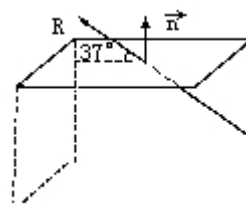
回路中的电阻为 $R = (Oa + Ob + ab) R_0 = (1 + \cos\alpha + \sin\alpha) \frac{v\Delta t}{\cos\alpha} R_0$ 。

回路中 $\varepsilon = Blv = B \cdot ab \cdot v = Bv^2 \cdot \Delta t \cdot \tan\alpha$ 。回路中感应电流

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{Bv \sin\alpha}{(1 + \cos\alpha + \sin\alpha) R_0}$$

【小结】：本题的关键在审题。由于线框的形状特殊， $B \frac{\Delta S}{\Delta t}$ 随时间增大，产生的感应电动势不是恒量。避免出错的办法是先判断感应电动势的特征，根据具体情况决定用瞬时值的表达式求解。

【例 9】如图所示，以边长为 50cm 的正方形导线框，放置在 $B=0.40\text{T}$ 的匀强磁场中。已知磁场方向与水平方向成 37° 角，线框电阻为 0.10Ω ，求框绕其一边从水平方向转至竖直方向的过程中通过导线横截面的电量。



线
横
通

【错解分析】错解：线框在水平位置时穿过线框的磁通量

$$\Phi_1 = BS \cos 53^\circ = 6.0 \times 10^{-2} \text{Wb}$$

线框转至竖直位置时，穿过线框的磁通量 $\Phi_2 = BS \cos 37^\circ = 8.0 \times 10^{-2} \text{Wb}$

这个过程中的平均电动势

$$\varepsilon = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{\Delta t}$$

通过导线横截面的电量

$$Q = \bar{I}\Delta t = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Delta t = \frac{\Phi_2 - \Phi_1}{R} = 0.2(\text{C})$$

磁通量 $\Phi_1 = BS \cos \theta$ ，公式中 θ 是线圈所在平面的法线与磁感线方向的夹角。若 $\theta < 90^\circ$ 时， Φ 为正， $\theta > 90^\circ$ 时， Φ 为负，所以磁通量 Φ 有正负之分，即在线框转动至框平面与 B 方向平行时，电流方向有一个转变过程。错解就是忽略了磁通量的正负而导致错误。

【正确解答】

设线框在水平位置时法线（图中） n 方向向上，穿过线框的磁通量 $\Phi_1 = BS \cos 53^\circ = 6.0 \times 10^{-2} \text{Wb}$

当线框转至竖直位置时，线框平面的法线方向水平向右，与磁感线夹角 $\theta = 143^\circ$ ，穿过线框的磁通量 $\Phi_2 = BS \cos 143^\circ = -8.0 \times 10^{-2} \text{Wb}$

通过导线横截面的电量

$$Q = \bar{I}\Delta t = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Delta t = \frac{|\Phi_2 - \Phi_1|}{R} = 14(\text{C})$$

【小结】

通过画图判断磁通量的正负，然后在计算磁通量的变化时考虑磁通量的正负才能避免出现错误。

【例 10】、如图所示，两根互相平行、间距 $d=0.4$ 米，金属导轨，水平放置于匀强磁场中，磁感应强度 $B=0.2\text{T}$ ，磁场垂直于导轨平面，金属滑杆 ab 、 cd 所摩擦力均为 $f=0.2\text{N}$ 。两根杆电阻均为 $r=0.1\Omega$ ，导轨不计，当 ab 杆受力 $F=0.4\text{N}$ 的恒力作用时， ab 杆以 V_1 速直线运动， cd 杆以 V_2 做匀速直线运动，求速度差 $(V_1 - V_2)$ 等于多少？

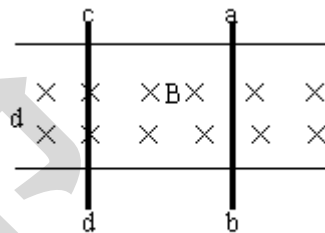


图 32-1

的
受摩
阻不
做匀
($V_1 -$
势是

分析与解：在电磁感应现象中，若回路中的感应电动势由导体做切割磁感线运动而产生的，则通常用

$\varepsilon = Blv \sin \theta$ 来求 ε 较方便，但有时回路中的电动势是由几根棒同时做切割磁感线运动产生的，如果先求出每根导体棒各自的电动势，再求回路的总电动势，有时就会涉及“反电动势”而超

纲。如果取整个回路为研究对象，直接将法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ 用于整个回路上，即可“一次性”求得回路的总电动势，避开超纲总而化纲外为纲内。

cd 棒匀速向右运动时，所受摩擦力 f 方向水平向左，则安培力 F_{cd} 方向水平向右，由左手定则可得电流方向从 c 到 d ，且有：

$$\begin{aligned} F_{cd} &= IdB = f \\ I &= f / Bd \end{aligned} \quad \text{①}$$

取整个回路 $abcd$ 为研究对象，设回路的总电势为 ε ，由法拉第电磁感应定律 $\varepsilon = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$ ，根据 B 不变，则 $\Delta \Phi = B \Delta S$ ，在 Δt 时间内，

$$\Delta \Phi = B(V_1 - V_2) \Delta t d$$

$$\text{所以： } \varepsilon = B(V_1 - V_2) \Delta t d / \Delta t = B(V_1 - V_2) d \quad \text{②}$$

$$\text{又根据闭合电路欧姆定律有： } I = \varepsilon / 2r \quad \text{③}$$

由式①②③得： $V_1 - V_2 = 2fr / B^2 d^2$
代入数据解得： $V_1 - V_2 = 6.25 \text{ (m/s)}$

□【例 11】.如图所示,线圈 a b c d 每边长 $L=0.20\text{m}$, 线圈质量 $m_1=0.10\text{kg}$ 、电阻 $R=0.10\Omega$, 砝码质量 $m_2=0.14\text{kg}$. 线圈上方的匀强磁场磁感强度 $B=0.5\text{T}$, 垂直线圈平面向里, 磁场区域的宽度为 $h=L=0.20\text{m}$. 砝码从某一位置下降, 使 a b 边进入磁场做匀速运动. 求线圈做匀速运动的速度.

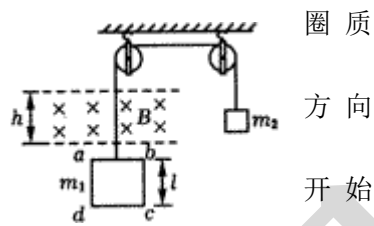


图 33-1

解析: 该题的研究对象为线圈, 线圈在匀速上升时受到的安培力 $F_{安}$ 、绳子的拉力 F 和重力 $m_1 g$ 相互平衡, 即

$$F = F_{安} + m_1 g. \quad (1)$$

砝码受力也平衡:

$$F = m_2 g. \quad (2)$$

线圈匀速上升, 在线圈中产生的感应电流

$$I = BLv / R, \quad (3)$$

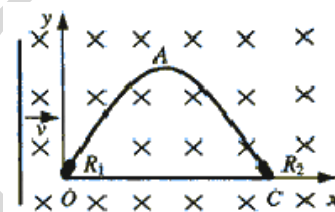
因此线圈受到向下的安培力

$$F_{安} = B I L. \quad (4)$$

联解①②③④式得 $v = (m_2 - m_1) g R / B^2 L^2$.

代入数据解得: $v = 4\text{ (m/s)}$

【例 12】如图所示, OACO 为置于水平面内的光滑闭合金属导轨, O、C 处分别接有短电阻丝 (图中粗线表示), $R_1=4\Omega$ 、 $R_2=8\Omega$ (导轨其它部分电阻不计). 导轨 OAC 的形状满足方程 $y = 2 \sin(\frac{\pi}{3}x)$ (单位: m). 磁感强度



$B=0.2\text{T}$ 的匀强磁场方向垂直于导轨平面. 一足够长的金属棒在水平外力 F 作用下, 以恒定的速率 $v=5.0\text{m/s}$ 水平向右在导轨上从 O 点滑动到 C 点, 棒与导轨接触良好且始终保持与 OC 导轨垂直, 不计棒的电阻. 求: (1) 外力 F 的最大值;

(2) 金属棒在导轨上运动时电阻丝 R_1 上消耗的最大功率; (3) 在滑动过程中通过金属棒的电流 I 与时间 t 的关系.

解析: (1) 金属棒匀速运动 $F_{外} = F_{安} \quad \varepsilon = BLv \quad (1)$

$$I = \varepsilon / R_{总} \quad (2)$$

$$F_{外} = BIL = B^2 L^2 v / R_{总} \quad (3)$$

$$L_{max} = 2 \sin \frac{\pi}{2} = 2\text{(m)} \quad (4)$$

$$R_{总} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 8/3(\Omega) \quad (5)$$

$$\therefore F_{max} = 0.2^2 \times 2^2 \times 5.0 \times 3/8 = 0.3\text{(N)} \quad (6)$$

$$(2) P_1 = \varepsilon^2 / R_1 = B^2 L^2 v^2 / R_1 = 0.2^2 \times 2^2 \times 5.0^2 / 4 = 1\text{(W)} \quad (7)$$

(3) 金属棒与导轨接触点间的长度随时间变化 $L = 2 \sin(\frac{\pi}{3}x)\text{(m)}$ 且 $x = vt$,

$$\varepsilon = BLv,$$

$$\therefore I = \frac{\varepsilon}{R_{\text{总}}} = \frac{Bv}{R_{\text{总}}} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{3}vt\right) = \frac{3}{4} \sin\left(\frac{5\pi}{3}t\right) (A)$$

