

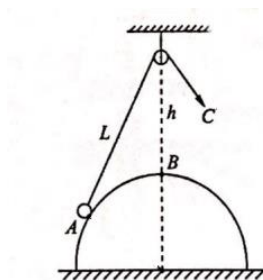
相似三角形法解平衡问题

金题试做

经典题目 你来挑战

例. 半径为 R 的球形物体固定在水平地面上, 球心正上方有一光滑的小滑轮, 滑轮到球面 B 的距离为 h , 轻绳的一段系一小球, 靠放在半球上的 A 点, 另一端绕过定滑轮后用力拉住, 使小球静止, 如图所示, 现缓慢地拉绳, 使小球由 A 到 B 的过程中, 半球对小球的支持力 N 和绳对小球的拉力 T 的大小变化的情况是 ()

- A. N 变大, T 变小
- B. N 变小, T 变大
- C. N 变小, T 先变小后变大
- D. N 不变, T 变小



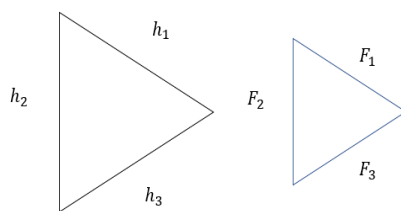
名师点拨

【问题识别】

往往涉及三个力, 其中一个为恒力, 另外两个力的大小和方向均发生变化, 与此同时, 题目的场景中常常会出现某一条线段的距离是不变的, 那么此时用相似三角形分析。

【方法提炼】

相似三角形法是解平衡问题时常遇到的一种方法, 解题的关键是正确的受力分析以及寻找力的三角形和结构三角形。



如上图所示, 左边的三角形为结构三角形, 右边的三角形为力的三角形, 由三角形的相似可以得到:

$$\frac{F_1}{h_1} = \frac{F_2}{h_2} = \frac{F_3}{h_3}$$

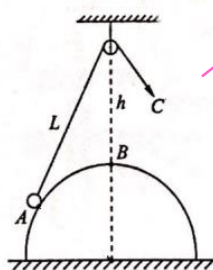
然后根据比例式中某个变量的变化来判断其他变量的变化。

【补充说明】

这类题目往往出现在选择题部分, 难度不会太大, 应当准确找出相关的三角形结构进行分析。

信息解读：小球受重力，半球支持力以及绳子的拉力。显然重力是不变的，其余两个力大小方向均发生变化。

例. 半径为 R 的球形物体固定在水平地面上，球心正上方有一光滑的小滑轮，滑轮到球面 B 的距离为 h ，轻绳的一段系一小球，靠放在半球上的 A 点，另一端绕过定滑轮后用力拉住，使小球静止，如图所示，现缓慢地拉绳，使小球由 A 到 B 的过程中，半球对小球的支持力 N 和绳对小球的拉力 T 的大小变化的情况是 ()



- A. N 变大, T 变小
- B. N 变小, T 变大
- C. N 变小, T 先变小后变大
- D. N 不变, T 变小

【答案】D

【解析】 小球受力平衡，由于缓慢地拉绳子，所以小球运动缓慢视为始终平衡，其中重力 mg 不变，支持力 N ，绳子拉力 T 一直在变。力学三角形和结构三角形分别如右图的小阴影三角形和大阴影三角形所示，设半球的半径为 R ，因此：

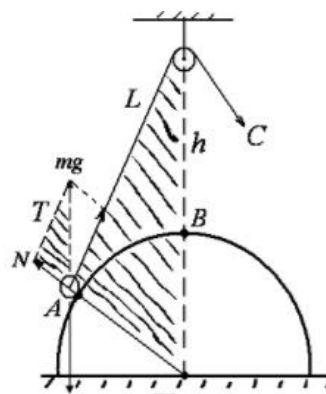
$$\frac{T}{L} = \frac{mg}{h+R} = \frac{N}{R}$$

$$\text{得: } T = \frac{L}{h+R} mg, \quad N = \frac{R}{h+R} mg$$

运动过程中，由于 L 变小，所以 T 变小。其余变量均为定值。故选择 D 选项。

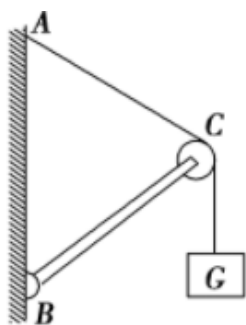
思路分析： 滑轮到球面 B 的距离为 h ，球的半径也不变，因此存在着一条不变的线段。典型的相似三角形法。

思路分析： 题目的图中已经包含着一个结构三角形，那么我们只需要对小球进行受力分析。



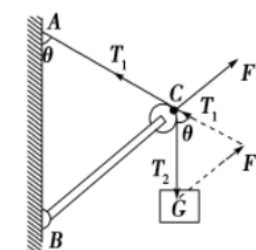
1. 如图所示, 杆 BC 的 B 端铰接在竖直墙上, 另一端 C 为一滑轮, 重力为 G 的重物系一轻绳经过滑轮固定于墙上 A 点处, 杆恰好平衡, 若将绳的 A 端沿墙向下移, 再使之平衡 (BC 杆、滑轮、绳的质量及摩擦均不计), 则 ()

- A. 绳的拉力增大, BC 杆受压力增大
- B. 绳的拉力不变, BC 杆受压力增大
- C. 绳的拉力不变, BC 杆受压力减小
- D. 绳的拉力不变, BC 杆受压力不变



【答案】B

【解析】同一根绳子的张力处处相等, 因此绳子的拉力一定等于物体的重力。



如图, 力的三角形和结构三角形 ABC 相似, 因此:

$$\frac{AB}{G} = \frac{BC}{F}, \text{ 得}$$

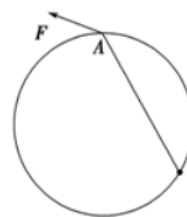
$$F = \frac{BC}{AB} G, \text{ 由于 A 端下}$$

移, 因此 AB 变短, 所以 F 增大。

故选择 B 选项。

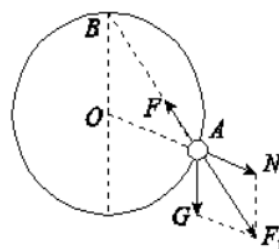
2. 如图所示, 固定在竖直平面内的光滑圆环的最高点处有一光滑的小孔, 质量为 m 的小球套在圆环上, 一根细线的下端拴着小球, 上端穿过小孔用手拉住。现拉动细线, 使小球沿圆环缓慢上移, 在移动过程中, 手对线的拉力 F 和轨道对小球的弹力 N 的大小的变化情况是 ()

- A. F 大小不变
- B. F 大小将增大
- C. N 大小将不变
- D. N 大小将增大



【答案】C

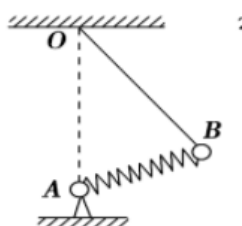
【解析】对小球受力分析, 受到竖直向下的重力 G, 圆环对小球的支持力 N 和线的拉力 F 作用。G 大小方向恒定, N 和 F 大小方向不断变化。如图所示的力的三角形 AGF₁ 和结构三角形 BOA 相似, 得: $\frac{G}{OB} = \frac{N}{OA} = \frac{F_1}{AB}$, 移动过程中, OA 和 OB 的长度不变, 而 AB 变短, 所以 N 不变, F₁ 变小, 即 F 变小。故选择 C 选项。



3. 如图所示, 两球 A、B 用劲度系数为 k_1 的轻弹簧相连, 球 B 用长为 L 的细绳悬于 O 点, 球 A 固定在 O 点正下方, 且 O、A 之间的距离恰为 L, 系统平衡时绳子所受的拉力为 F_1 。现把 A、B 间

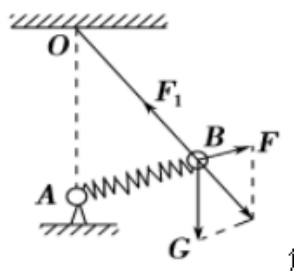
的弹簧换成劲度系数为 k_2 的轻弹簧，仍使系统平衡，此时绳子所受的拉力为 F_2 ，则 F_1 与 F_2 的大小之间的关系为（ ）

- A. $F_1 > F_2$
- B. $F_1 = F_2$
- C. $F_1 < F_2$
- D. 无法确定



【答案】B

【解析】当两个球之间放劲度系数为 k_1 的弹簧，静止时小球B的受力如图所示，弹簧的弹力F与小球的重力G的合力与绳的拉力 F_1 等大反向。由力的三角形和结构三角形相似可以得到：



$$\frac{G}{OA} = \frac{F_1}{OB} = \frac{F}{AB}$$

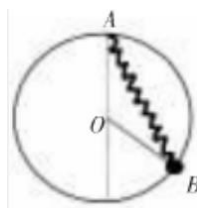
由于OA和OB的长度均为L，因此 F_1 的大小是恒定的，和弹簧的劲度系数无关，因此换用劲度系数 k_2 的弹簧后绳子的拉力 $F_1 = F_2$ 。

故选择B选项。

4. 如图所示，一个重为G的小球套在竖直放置的半径为R的光滑圆环上，一个劲度系数为k，自然长度为L（ $L < 2R$ ）的轻质弹簧，其一端与小球相连，另一端在大环的最高点。平衡后小球处于静止状态。如图，假设弹簧的劲度系数k逐渐增大，小球B将缓慢上移。则弹簧的拉力T和大环

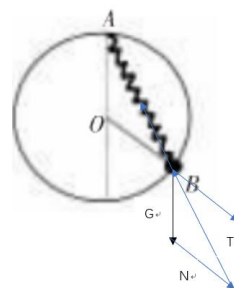
的支持力将如何变化（ ）

- A. N不变，T减小
- B. N变大，T变大
- C. N变小，T变大
- D. N，T都不变



【答案】A

【解析】



如图所示，对B受力分析，受重力G，圆环的支持力N和弹簧的拉力T。由力的三角形和结构三角形相似可得：

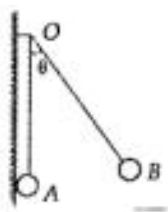
$$\frac{G}{OA} = \frac{T}{AB} = \frac{N}{OB}$$

因为OA，OB，G都不变，因此N也不变；由于移动过程中，AB减小，所以T也减小。

故选择A选项。

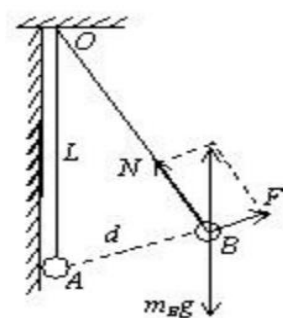
5. 如图所示，带电小球A、B的电荷分别为 Q_A 和 Q_B ， $OA = OB$ ，都用长L的丝线悬挂在O点，静止时A、B相距为d。为使平衡时AB间距离减为一半，可采用以下哪些方法（ ）

- A. 将小球A、B的质量都增加到原来的2倍
- B. 将小球B的质量增加到原来的8倍
- C. 将小球A、B的电荷量都减小到原来的一半
- D. 将小球A、B的电荷量都减小到原来的一半，同时将小球B的质量增加到原来的两倍



【答案】BD

【解析】



如图所示，B 受重力、绳子的拉力及库仑力；将拉力及库仑力合成，其合力应与重力大小相等方向相反；

由相似可知： $\frac{mg}{L} = \frac{F}{d}$ ，而库仑力 $F = \frac{kq_1q_2}{d^2}$ ；即：

$$\frac{mg}{L} = \frac{kq_1q_2}{d^3}; \quad d = \sqrt[3]{\frac{kq_1q_2L}{mg}}$$

要使 AB 间的距离变为原来的一半，可以使质量增大到原来的 8 倍，故 B 正确；或将小球 A、B 的电荷量都减小到原来的一半，同时小球 B 的质量增加到原来的 2 倍，故 D 正确。

故选择 BD 选项。

